

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANDRÉ NASCIMENTO CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE**

**ESTRATÉGIAS EM DOIS ESTÁGIOS PARA  
INCORPORAR MEDIDAS FASORIAIS SINCRONIZADAS  
NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE  
POTÊNCIA**

Florianópolis

2011



ANDRÉ NASCIMENTO CAVALCANTI DE ALBUQUERQUE

**ESTRATÉGIAS EM DOIS ESTÁGIOS PARA  
INCORPORAR MEDIDAS FASORIAIS SINCRONIZADAS  
NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE  
POTÊNCIA**

Dissertação submetida ao Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Elé-  
trica para a obtenção do Grau de Mes-  
tre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Antonio José Alves  
Simões Costa, Ph.D.

Florianópolis

2011

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária  
da  
Universidade Federal de Santa Catarina

A345e Albuquerque, André Nascimento Cavalcanti de  
Estratégias em dois estágios para incorporar medidas  
fasoriais sincronizadas na estimação de estados em  
sistemas de potência [dissertação] / André Nascimento  
Cavalcanti de Albuquerque ; orientador, Antônio José  
Alves Simões Costa. - Florianópolis, SC, 2011.  
124 p.: il., tabs., grafs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia elétrica. 2. Sistemas de potência. I. Costa,  
Antonio José Alves Simões. II. Universidade Federal de Santa  
Catarina - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.  
III. Título.

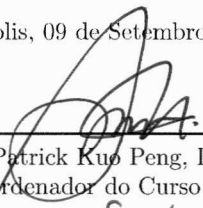
CDU 621.3

André Nascimento Cavalcanti de Albuquerque

**ESTRATÉGIAS EM DOIS ESTÁGIOS PARA  
INCORPORAR MEDIDAS FASORIAIS SINCRONIZADAS  
NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE  
POTÊNCIA**

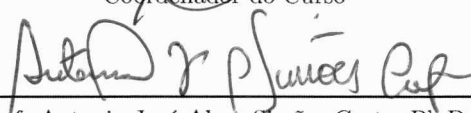
Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Elétrica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 09 de Setembro 2011.



---

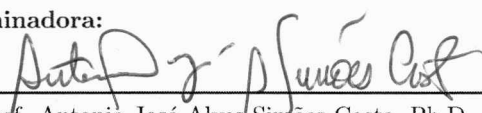
Prof. Patrick Kuo Peng, Dr.  
Coordenador do Curso



---

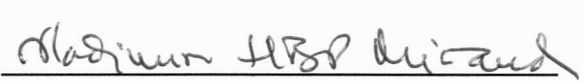
Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.  
Orientador

**Banca Examinadora:**



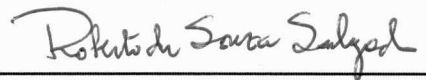
---

Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.  
Presidente



---

Prof. Vladimiro Henrique Barrosa Pinto de Miranda, Ph.D.



---

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.



---

Prof. Idemar Cassana Decker, D.Sc.



## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradecimentos a Deus: por ser meu porto seguro, pelo cuidado sempre presente, pela piedade sempre aconchegante, pela força sempre suficiente.

Agradecimentos à família, Léo, Márcia e Stella, pelo apoio incondicional, confiança, carinho e conselhos sempre preciosos. Mesmo distantes, foram muito presentes, e a certeza de contar com vocês sempre foi confortante.

Obrigado à minha noiva, Andréia Franciele, por compreender a ausência e por superar a distância. Agradeço pelo encorajamento, confiança, e por ser, em tantos momentos, minha fonte de alegria, força e inspiração.

Obrigado ao amigo Prof. Antônio Simões Costa por aceitar meu convite para orientar meu trabalho. Sinceros agradecimentos pela confiança, pelo tempo investido nas orientações (muitas vezes fora do horário habitual) e pelo pronto atendimento sempre que necessário.

Obrigado a todos os colegas do LABSPOT que participaram dessa jornada. Um agradecimento especial aos amigos: Eduardo, Murilo, Caroline, Guilherme, Leonardo, Daniel, Nastasha, Luiz, Charles e Danilo.

Muito obrigado aos amigos do Grupo de Oração Universitário pela amizade, orações e por me ajudarem tantas vezes a permanecer no caminho certo.

Agradecimentos também aos colegas do Operador Nacional do Sistema Elétrico por me apoiarem na reta final deste trabalho.





*“A fé e a razão constituem como que as duas asas pelas quais o espírito humano se eleva à contemplação da verdade”.*

Beato João Paulo II



## RESUMO

### ESTRATÉGIAS EM DOIS ESTÁGIOS PARA INCORPORAR MEDIDAS FASORIAIS SINCRONIZADAS NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

André Nascimento Cavalcanti de Albuquerque

Florianópolis

2011

Esta dissertação descreve e compara o desempenho de duas abordagens distintas baseadas em dois estágios para incorporar os benefícios da medição fasorial sincronizada na estimação de estados em sistemas de potência. As principais características destas estratégias são: a manutenção da estrutura dos estimadores baseados em sistemas SCADA e a capacidade produzir estimativas baseadas em medidas fasoriais mesmo quando a rede elétrica não é observável com respeito a estas medidas. Na primeira abordagem, as estimativas obtidas no primeiro estágio com o processamento das medidas do sistema SCADA são consideradas por um segundo estimador baseado em medidas fasoriais sob a forma de informações *a priori* sobre os estados. O algoritmo utilizado nesta última etapa é baseado na versão de três multiplicadores das rotações ortogonais de Givens que, além de melhorar a robustez numérica, acomoda facilmente informações *a priori*, e com um custo computacional adicional virtualmente zero. O segundo método proposto é baseado na teoria de Fusão de Dados de Múltiplos Sensores, campo de pesquisa pertencente à área de Processamento de Sinais. De acordo com esta estratégia, dois vetores de estados estimados são obtidos processando-se independentemente os conjuntos de medidas dos sistemas SCADA e de medição fasorial sincronizada. Estas estimativas são combinadas através da aplicação da teoria de fusão de dados, gerando em um vetor ótimo de estados estimados. Resultados obtidos para três sistemas-teste do IEEE confirmam as propriedades mencionadas dos estimadores propostos e demonstram que a incorporação das medidas fasoriais contribui para a melhoria da qualidade das estimativas finais.

**Palavras-chave:** estimação de estados em sistemas de potência, medidas fasoriais sincronizadas, unidade de medição fasorial, fusão de estimativas, rotações ortogonais de Givens, informações *a priori*.



## ABSTRACT

### TWO-STAGE STRATEGIES TO INCORPORATE PHASOR MEASUREMENTS INTO POWER SYSTEM STATE ESTIMATION

André Nascimento Cavalcanti de Albuquerque

Florianópolis  
2011

This dissertation proposes and compares two distinct 2-stage approaches to incorporate the benefits of synchronized phasor measurements into power system state estimation. Both strategies preserve the structure of SCADA-based estimators and are able to provide proper results even in cases for which the grid is unobservable with respect to the available set of phasor measurements. In the first approach, the SCADA-based state estimates provided by the first estimation stage are treated by the PMU-based module as *a priori* state information, that is, initial knowledge about the state variables. The estimation algorithm in the latter module is based on a three-multiplier version of orthogonal Givens rotations (G3M) which, in addition to exhibiting enhanced numerical robustness, easily accommodates *a priori* information at virtually no extra computational cost. The second method is based on Multisensor Data Fusion Theory, a research field pertaining to the Signal Processing area. According to this approach, two estimate vectors are obtained by independently processing the SCADA- and PMU-based measurement sets. These estimates are then combined, or fused, in order to provide a final vector of optimal estimates. Results obtained for three distinct IEEE test systems confirm the above mentioned properties of the proposed estimators and demonstrate that the quality of the final estimates is enhanced by incorporating the phasor measurements in the estimation process.

**Keywords:** power system state estimation, synchronized phasor measurements, phasor measurement unit, estimation fusion, orthogonal Givens rotations, *a priori* information.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Regressão linear utilizando o critério dos MQP .....	33
Figura 3.1	Amostragem sincronizada de sinais geograficamente dis- tantes .....	45
Figura 3.2	Representação fasorial de um sinal senoidal.....	48
Figura 3.3	Representação do fasor $\hat{X}_k$ .....	49
Figura 3.4	Sistema de medição fasorial sincronizada .....	50
Figura 3.5	Unidade de medição fasorial.....	51
Figura 3.6	Estimador Centralizado .....	55
Figura 3.7	Estimador Centralizado .....	57
Figura 4.1	Estrutura do estimador baseado no processamento de informações <i>a priori</i> .....	60
Figura 4.2	Detalhe do estimador proposto, formado pelos estima- dores EEMS e EEMF-AP.....	63
Figura 5.1	Estrutura do estimador baseado na fusão de estimativas	68
Figura 5.2	Célula de fusão.....	71
Figura 5.3	Arquitetura das redes de fusão .....	72
Figura 5.4	Fusão de estimativas baseadas em medidas dos sistemas SCADA e de medição fasorial sincronizada.....	76
Figura 6.1	Sistema teste IEEE 14 barras e medidas utilizadas. ...	84
Figura 6.2	Erros de Estimção. Sistema IEEE 14-barras, caso A.	85
Figura 6.3	Erros de Estimção. Sistema IEEE 14-barras, caso B.	87
Figura 6.4	Erros de Estimção. Sistema IEEE 14-barras, caso C.	88
Figura 6.5	Exemplo de rede elétrica de 4 barras.....	90
Figura 6.6	Exemplo: elementos não nulos das matrizes Jacobiana e de covariância.....	91
Figura 6.7	Sistema teste IEEE 57 barras.....	93
Figura 6.8	Sistema teste IEEE 118 barras.....	95





## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Pontos utilizado na regressão linear.....	32
Tabela 6.1 Tipos de medidas utilizadas .....	82
Tabela 6.2 Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 14-barras, caso A. ....	86
Tabela 6.3 Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 14-barras, caso B .....	87
Tabela 6.4 Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 14-barras, caso C .....	89
Tabela 6.5 Número de medidas utilizadas. Sistema IEEE 57 Barras.	92
Tabela 6.6 Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 57-barras...	93
Tabela 6.7 Número de medidas utilizadas. Sistemas IEEE 118 Bar- ras. ....	94
Tabela 6.8 Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 118-barras.	94
Tabela A.1Dados de linha do sistema IEEE 14 Barras .....	101
Tabela A.2Dados de barra do sistema IEEE 14 Barras.....	101
Tabela B.1Dados de linha do sistema IEEE 57 Barras .....	103
Tabela B.2Dados de barra do sistema IEEE 57 Barras.....	105
Tabela B.3Medidas SCADA. Sistema IEEE 57 Barras.....	106
Tabela B.4Medidas SMFS. Sistema IEEE 57 Barras.....	107
Tabela C.1Dados de linha do sistema IEEE 118 Barras .....	109
Tabela C.2Dados de barra do sistema IEEE 118 Barras.....	113
Tabela C.3Medidas SCADA. Sistema IEEE 118 Barras. ....	116
Tabela C.4Medidas SMFS. Sistema IEEE 118 Barras. ....	117



# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	21
1.1 Estimação de Estados e Medidas Fasoriais Sincronizadas	21
1.2 Revisão Bibliográfica	22
1.3 Objetivos e Contribuições	25
1.4 Organização da Dissertação	26
<b>2 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA</b>	29
2.1 Introdução	29
2.2 Formulação Matemática	29
2.2.1 Critério de Mínimos Quadrados Ponderados	31
2.3 Solução da EESP via critério de Mínimos Quadrados Ponderados	34
2.3.1 Método da Equação Normal de Gauss	34
2.3.2 Informação <i>A Priori</i> na Estimação de Estados	36
2.3.3 Método Ortogonal-Sequencial	37
2.3.4 Rotações Ortogonais de Givens	39
2.3.4.1 <i>Consideração sobre a matriz de covariância das medidas</i>	41
2.3.5 Versão Rápida das Rotações de Givens	41
2.4 Conclusão	44
<b>3 MEDIÇÃO FASORIAL SINCRONIZADA</b>	45
3.1 Introdução	45
3.2 Contexto Histórico da Medição Fasorial	46
3.3 Representação Fasorial de Sinais	47
3.4 Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada	49
3.4.1 Unidades de Medição Fasoriais	50
3.5 Sistemas de Sincronização	52
3.6 Métodos para Processamento de Medidas Fasoriais na Estimação de Estados	53
3.6.1 Estimadores de Estados Apenas com Medidas Fasoriais	53
3.6.2 Estimadores de Estados Centralizados	54

3.6.3	Estimadores de Estados de Dois Estágios .....	56
3.7	Conclusão .....	58
<b>4</b>	<b>ESTIMADOR DE ESTADOS APSI .....</b>	<b>59</b>
4.1	Introdução .....	59
4.2	Estrutura Geral do Método Proposto .....	59
4.3	Consideração de Informações <i>A Priori</i> .....	61
4.4	Formulação Matemática do Estimador APSI .....	62
4.5	Informações <i>A Priori</i> versus Pseudomedidas de Variáveis de Estado .....	64
4.6	Conclusão .....	65
<b>5</b>	<b>FUSÃO DE ESTIMATIVAS BASEADAS NOS SISTEMAS SCADA E SMFS .....</b>	<b>67</b>
5.1	Introdução .....	67
5.2	Visão Geral do Método Proposto .....	67
5.3	Fusão de Dados com Múltiplos Sensores .....	68
5.3.1	Exemplos .....	70
5.3.2	Arquitetura dos Sistemas de FDMS .....	70
5.4	Formulação Matemática da Fusão de Estimativas .....	73
5.5	Fusão de Estimativas dos Estimadores EEMS e EEMF .....	75
5.6	Aspectos Computacionais .....	77
5.7	Conclusão .....	79
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E SIMULAÇÕES .....</b>	<b>81</b>
6.1	Introdução .....	81
6.2	Considerações sobre as Simulações .....	81
6.3	Sistema Teste IEEE 14 Barras .....	83
6.3.1	Caso A - Rede observável apenas com medidas fasoriais ...	83
6.3.2	Caso B - Rede não-observável com respeito às medidas fasoriais .....	86
6.3.3	Caso C - Medidas Portadoras de Erro Grosseiro .....	88
6.3.4	Pontos Notáveis sobre os Desempenho dos Estimadores Propostos .....	89
6.4	Sistema-teste IEEE 57 Barras .....	92

6.5	Sistema-teste IEEE 118 Barras .....	94
6.6	Conclusões .....	96
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>97</b>
7.1	Recapitulação das Propostas e Contribuições da Dissertação .	97
7.2	Considerações Finais .....	98
7.3	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	99
<b>APÊNDICE A</b>	<b>- DADOS DO SISTEMA IEEE 14 BARRAS ....</b>	<b>101</b>
<b>APÊNDICE B</b>	<b>- DADOS DO SISTEMA IEEE 57 BARRAS ....</b>	<b>103</b>
<b>APÊNDICE C</b>	<b>- DADOS DO SISTEMA IEEE 118 BARRAS ...</b>	<b>109</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>.....</b>	<b>119</b>



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS E MEDIDAS FASORIAIS SINCRONIZADAS

A operação de sistemas elétricos de potência depende, em grande parte, do conhecimento em tempo real das grandezas que descrevem os sistemas. Isto é assegurado pelos sistemas de supervisão e aquisição de dados e pelas ferramentas associadas à modelagem em tempo real. Através da monitoração das variáveis do sistema e da verificação quanto ao cumprimento de restrições operativas como fluxo de potência em linhas de transmissão e transformadores, faixas de tensão desejadas em barramentos, etc., pode-se concluir se o sistema encontra-se em uma condição operativa normal ou de emergência. Nos casos onde há restrições violadas, as informações das ferramentas de monitoração em tempo real são fundamentais para definir as medidas necessárias para restaurar a segurança da rede elétrica.

Os Sistemas de Gerenciamento de Energia (EMS, da sigla em inglês para *Energy Management System*) são sistemas computadorizados responsáveis por gerenciar os aplicativos associadas ao controle, supervisão e análise de segurança das redes elétricas. A Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP) é a ferramenta que processa as medidas realizadas em tempo real em uma rede elétrica e gera um banco de dados confiável do sistema para dar suporte à operação e às decisões dos EMS [1]. Os estados de um sistema de potência são definidos como os módulos e ângulos das tensões em todas as barras. A partir do conhecimento destas variáveis é possível calcular qualquer outra grandeza de interesse [1–4]. Um dos grandes diferenciais dos estimadores de estados em relação a outros métodos de modelagem em tempo real é a capacidade de processar medidas redundantes, o que possibilita a detecção, identificação e até mesmo a correção de dados espúrios eventualmente presentes no conjunto de medidas.

Durante as primeiras décadas de experiência com a estimação de estados, as informações processadas eram obtidas exclusivamente dos sistemas SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*), que fornecem, tradicionalmente, medidas de módulo de tensão nodal, injeção e fluxo de potência ativa e reativa e, em alguns casos, de módulo de corrente nos ramos da rede elétrica. Em meados da década de 80 houve uma grande evolução nas ferramentas de monitoração,

impulsionada em especial pelos desenvolvimentos na área de proteção computadorizada [5]. Um dos produtos destes avanços, foi o lançamento, em 1988, da primeira versão comercial de uma Unidade de Medição Fasorial (PMU, da sigla em inglês para *Unit Phasor Measurement*), equipamento cujo principal objetivo é a medição direta de fasores de tensão e corrente de forma sincronizada em subestações geograficamente distantes. Com o advento dos sistemas de sincronização via satélite, os Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada (SMFS) se estabeleceram como uma das principais ferramentas de monitoração de sistemas elétricos de potência [6].

Com a disponibilidade de medidas diretas e de alta precisão dos fasores de tensão nodal, o desenvolvimento de métodos apropriados para incorporá-las aos sistemas atuais de monitoração em tempo real tem sido objeto de muitas pesquisas recentes na área. A opção considerada como a mais adequada e que tem apresentado excelentes resultados é o processamento destas medidas através de estimadores de estados. Embora as medidas fasoriais sejam de qualidade superior às convencionais, oriundas do sistema SCADA, é reconhecido que também estão sujeitas a erros de medição, principalmente associados à acumulação de erros nos canais de instrumentação [6, 7]. O fato de que os estimadores de estado têm capacidade para tratar estatisticamente ruídos aleatórios em medidas torna-os também adequados ao processamento de medidas fasoriais redundantes, de modo que estas podem assim contribuir para a melhoria da qualidade final das estimativas das variáveis de estados.

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O reconhecimento da estimação de estados como uma alternativa apropriada para incorporar medidas fasoriais às ferramentas de monitoração em tempo real de sistemas de potência não é algo recente. Em 1985, antes mesmo do anúncio do lançamento da primeira PMU comercial, foi publicado o primeiro artigo que contemplava a utilização de medidas de ângulo de fase da tensão na estimação de estados [8]. Este trabalho aborda tanto a opção de considerar as medidas fasoriais juntamente com as convencionais, como a de substituir todas as medidas antigas pelas novas medidas de módulo e ângulo das tensões nodais.

Os progressos nas pesquisas envolvendo a utilização das medidas fasoriais estavam ainda limitados pela qualidade dos SMFS, principalmente no que diz respeito aos sistemas de sincronização. Com o avanço



das pesquisas na área de sincronização via satélite com alta precisão, no início da década de 90, tornou-se economicamente viável sincronizar medidas em locais geograficamente distantes, e com erros de tempo abaixo de  $1\mu s$  [9]. Pode-se dizer que nesta época começou o efetivo desenvolvimento de aplicações a sistemas de potência com o objetivo de usufruir dos benefícios proporcionados pelos sistemas de medição fasorial. Dentre elas, encontravam-se diferentes métodos para incorporar estas medidas à estimação de estados.

As estratégias propostas para a inclusão de medidas fasoriais à estimação de estados são variadas. De forma geral, podem ser divididas em três categorias: i) estimadores de estados que processam apenas medidas fasoriais; ii) estimadores centralizados, que processam medidas fasoriais e convencionais em um mesmo processo de estimação, e iii) estimadores de estados baseados em dois estágios, que processam separadamente os dois conjuntos de medidas. As primeiras baseiam-se principalmente no fato de que, com o SMFS, passam a estar disponíveis medidas diretas das variáveis de estado, o que resulta em estimadores de estados lineares. Esta condição é observada mesmo quando são consideradas medidas de corrente, já que a relação dos fasores de corrente com os estados também é linear [6, 10, 11]. Uma das grandes vantagens ao se utilizar estimadores baseados apenas em medidas fasoriais é o baixo tempo envolvido na aquisição das medidas em redes de grande porte. Quando da utilização de medidas convencionais, considera-se que a condição de operação do sistema permanece inalterada durante o período de tempo em que a varredura dos medidores é realizada. Dependendo do tempo necessário para a execução da varredura, esta consideração será mais ou menos aproximada. Os dados do SMFS, adquiridos a elevadas taxas de amostragem e ainda associados a etiquetas de tempo, praticamente eliminam esta dificuldade [6, 7]. Por outro lado, o principal obstáculo encontrado neste tipo de abordagem é a necessidade de que a rede elétrica seja observável apenas com medidas fasoriais. É reconhecido na literatura que a instalação de PMUs tem ocorrido gradativamente, sendo que atualmente o número de unidades disponíveis é insuficiente para assegurar a observabilidade [6, 12]. É também importante ressaltar que o requisito de observabilidade não requer que sejam instaladas PMUs em todas as barras da rede. Em [13] é mostrado que se for considerado que uma PMU mede, além da tensão nodal, também a corrente nos ramos adjacentes à subestação onde está instalada, um número de PMUs de aproximadamente 30% do número de barras da rede assegura que esta seja observável.

Como alternativa aos estimadores que processam apenas medi-

das fasoriais, algumas pesquisas tem proposto a utilização de todas as medidas disponíveis, oriundas tanto do sistema SCADA quanto do SMFS, consideradas em um mesmo processo de estimação. Não existe um consenso sobre uma nomenclatura para esta abordagem. Neste trabalho ela é associada aos “estimadores de estados centralizados”, pelo fato de que centraliza em um único local todo o processamento de medidas. Claramente, em função da presença de medidas convencionais, esta estratégia implica em estimadores não-lineares, e que devem ser resolvidos através dos métodos iterativos convencionais, adaptados para considerar os dados do SMFS. Na referência [6], que aborda várias estratégias de inclusão de medidas de fasores na estimação de estados, são levantadas algumas das principais características dos estimadores centralizados, destacando-se as considerações a respeito da observabilidade das redes elétricas na presença de medidas dos sistemas SCADA e SMFS.

Em [11], o processamento conjunto dos dois grupos de medidas é explorado com duas representações distintas para as medidas fasoriais: na primeira, são acrescentadas ao vetor de medidas convencionais como observações diretas dos ângulos de fase da tensão e, na segunda, como medidas da diferença angular entre duas barras. É também investigada a situação onde parte da rede é considerada observável com PMUs, enquanto que o restante da rede é não-observável. Os estados associados à parte observável seriam estimados utilizando um modelo linear, e um estimador não-linear baseado nas medidas SCADA seria utilizado para obter os estados da outra parte da rede.

Uma abordagem alternativa para os estimadores centralizados é apresentada nas referências [14] e [15], e difere das demais por sugerir que as medidas fasoriais de corrente sejam representadas em coordenadas retangulares, enquanto as medidas fasoriais de tensão e as variáveis de estado são processadas na forma polar. Neste caso, a principal dificuldade é que as variâncias dos erros das medidas fasoriais disponíveis estão relacionadas a módulo e ângulo, o que torna necessário o mapeamento dessas grandezas em suas componentes na representação retangular. Em [15] são investigados os aspectos envolvidos neste problema e diferentes maneiras de obter as variâncias dos erros associados às partes real e imaginária dos fasores de corrente.

Uma estratégia que tem sido utilizada em alguns trabalhos consiste em processar previamente as medidas fasoriais para adequá-las a um modo de representação conveniente, de acordo com o estimador utilizado. Em [16] este artifício é empregado em um estimador desprovido da capacidade de processar medidas fasoriais de corrente. A proposta

apresentada sugere que uma medida de corrente seja “transferida” como medida de tensão fasorial para a extremidade não monitorada da linha envolvida (considera-se que, em uma das extremidades de cada ramo onde há medição de corrente, estará sempre disponível uma medida fasorial de tensão). Um outro exemplo desta classe de estimadores é a metodologia introduzida em [17]. Neste trabalho, é proposta a linearização do modelo de medição convencional através da transformação das medidas de fluxo e injeção de potência em pseudo-medidas de corrente, de modo que um estimador de estados linear possa ser empregado.

A terceira categoria citada para consideração das medidas fasoriais no contexto da estimação de estados envolve a combinação das informações do SMFS com resultados obtidos a partir de um estimador convencional. Este tipo de abordagem normalmente se caracteriza por apresentar dois estágios de processamento: em um deles é executado o estimador de estados convencional, baseado nas medidas do sistema SCADA, e no outro estes resultados são combinados com as informações dos SMFS. Pode-se citar como exemplo as propostas descritas em [18, 19], onde os estados já estimados são utilizados como pseudo-medidas de tensão e, juntamente com as medidas fasoriais de tensão e corrente, compõem o vetor de medidas enviadas ao estimador. Em [18] é investigada com maior profundidade a diferença entre a representação dos estados e medidas em coordenadas polares e retangulares.

Como base nas pesquisas desenvolvidas, o autor da presente dissertação reconhece que os estimadores baseados em dois estágios de processamento apresentam benefícios diferenciados em relação às demais propostas, e por isso esta é a classe de estimadores que será objeto de atenção nos capítulos subsequentes. As vantagens mostram-se mais evidentes no cenário atual de cobertura dos SMFS, onde ainda se constata um número de PMUs muito reduzido se comparado ao número de unidades terminais remotas associadas aos sistemas SCADA.

### 1.3 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

O objetivo deste trabalho é propor dois novos métodos para incluir medidas fasoriais sincronizadas na estimação de estados em sistemas de potência. Em consonância com o exposto na seção anterior, estes métodos são baseados no processamento em dois estágios das medidas dos sistemas SCADA e SMFS. Alguns requisitos de especial interesse foram levados em conta na elaboração destas propostas. Entre eles destaca-se a busca por soluções que causem o menor impacto

possível nos estimadores convencionais. Além disso, considerando a dificuldade de acessar os códigos de implementação computacional e parâmetros internos destes estimadores, os novos estimadores baseados em medições fasoriais sincronizadas devem ser independentes dos módulos de estimação existentes, exigindo-se apenas o estabelecimento de um canal de comunicação para que recebam os resultados da estimação convencional. Outra característica desejável a ser observada na concepção destas estratégias é a possibilidade de sua aplicação em ambientes onde não se verifica boa cobertura da rede elétrica com os SMFS, situações nas quais possivelmente a rede é não-observável com respeito às medidas fasoriais.

Visando atender os objetivos gerais supracitados, podem ser definidos como objetivos específicos dessa dissertação:

- propor um novo método de processamento de medidas fasoriais na estimação de estados que permita a consideração dos resultados de um estimador de estados convencional, mediante o uso do conceito de informações *a priori* sobre as variáveis de estados;
- introduzir um método para combinar os resultados de processos de estimação de estados independentes, baseados nos sistemas SCADA e SMFS, com base na teoria de fusão de dados adquiridos com múltiplos sensores;
- avaliar o desempenho das duas estratégias propostas e identificar os principais benefícios proporcionados, observando aspectos quantitativos e qualitativos.

Até o presente momento, resultados parciais associados à pesquisa desenvolvida nesta dissertação foram relatados em três artigos apresentados ou aceitos para apresentação em congressos nacionais e internacionais [20–22].

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Além deste capítulo introdutório, onde foi contextualizado o problema de consideração de medidas fasoriais na estimação de estados, esta dissertação é composta por outros seis capítulos:

**Capítulo 2:** apresenta o conceito de estimação de estados em sistemas de potência; descreve a formulação matemática do problema e os métodos de solução; apresenta de forma detalhada o método

ortogonal baseado nas rotações de Givens e a versão rápida desta abordagem; avalia os aspectos da consideração de informações *a priori* na estimação de estados;

**Capítulo 3:** apresenta um pequeno histórico da evolução dos sistemas de medição fasorial sincronizada; aborda os conceitos fundamentais envolvidos, bem como os pontos principais relativos aos sistemas de sincronização; adicionalmente, apresenta os principais métodos disponíveis para consideração de informações fasoriais na estimação de estados;

**Capítulo 4:** descreve uma das estratégias propostas neste trabalho: o processamento de medidas fasoriais considerando os resultados de um estimador convencional como informações *a priori*;

**Capítulo 5:** apresenta a segunda abordagem introduzida neste trabalho: a fusão de estimativas independentes baseadas nas medidas dos sistemas SCADA e SFMS;

**Capítulo 6:** avalia o desempenho das estratégias propostas através de simulações com três sistemas-teste; apresenta os principais resultados das simulações e as respectivas interpretações;

**Capítulo 7:** sintetiza as principais conclusões do trabalho, ressaltando alguns pontos que merecem especial atenção e enumera algumas sugestões de trabalhos futuros em extensões das propostas contidas nesta dissertação.



## 2 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

### 2.1 INTRODUÇÃO

A Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP) pode ser formulada como um problema de otimização, onde busca-se minimizar a soma ponderada do quadrado dos resíduos de estimação. Esta formulação é apresentada neste capítulo, que descreve dois métodos de solução: um baseado na abordagem da equação normal, e o outro em rotações ortogonais.

A Seção 2.2 apresenta a formulação matemática da estimação de estados e o critério de mínimos quadrados ponderados. Na sequência, estes fundamentos são utilizados para apresentar dois métodos de estimação de estados, sendo que o último, baseado nas rotações de Givens, é discutido com maiores detalhes, dada sua importância para as proposições que serão feitas neste trabalho. Ainda na Seção 2.3 é abordada a utilização de informações *a priori* e como podem ser aproveitadas no contexto da EESP.

### 2.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Considere-se que um sistema elétrico de potência seja composto por  $N$  barras e  $NL$  linhas. O vetor de estados desse sistema é formado pelo módulo e ângulo da tensão complexa em todas as  $N$  barras, desconsiderando o ângulo da barra de referência. Assim, o número de estados desse sistema é dado por:

$$n = 2N - 1. \quad (2.1)$$

Um conceito importante no contexto da estimação de estados é o de *plano de medição*, definido como o conjunto de todas as medidas disponíveis associadas a uma determinada rede elétrica. Essas medidas estão sujeitas a ruídos nos vários níveis de processamento a que são submetidas: desde a medição em si, realizada pelo transdutor, passando pelos canais de comunicação até os centros de processamento. Deve-se, então, levar em conta que as mesmas são contaminadas por erros de natureza aleatória, cujas propriedades devem ser consideradas nos algoritmos de estimação de estados.

Considerando o vetor  $\mathbf{z}$ , composto por  $m$  medidas, cujos valores “perfeitos” (desconsiderando qualquer influência de ruídos) sejam dados por  $\mathbf{z}_0$ , pode-se estabelecer a seguinte relação [1,3]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_0 + \boldsymbol{\eta} \quad (2.2)$$

onde

$\mathbf{z}$  : vetor de medidas, com dimensão  $m \times 1$ ;

$\mathbf{z}_0$  : vetor com as quantidades verdadeiras (e desconhecidas) associadas às medidas  $\mathbf{z}$ , de dimensão  $m \times 1$ ;

$\boldsymbol{\eta}$  : vetor dos erros de medição, de dimensão  $m \times 1$ .

Os erros de medição  $\boldsymbol{\eta}$  são de natureza aleatória e em geral se considera que possuem distribuição Gaussiana (Normal) com média zero, isto é [1,3]:

$$E \{ \eta_i \} = 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (2.3)$$

Além disso, supõe-se que os erros associados a medidores distintos são não-correlacionados, ou seja:

$$E \{ \eta_i, \eta_j \} = 0, \quad i, j = 1, \dots, m \quad (2.4)$$

Sob essas considerações, a matriz de covariância dos erros de medição, descrita por  $\mathbf{R}$ , torna-se diagonal, sendo descrita por [1,3]:

$$\mathbf{R} = Cov \{ \boldsymbol{\eta} \} = E \{ \boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\eta}^T \} = diag \{ \sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2 \} \quad (2.5)$$

Considera-se ainda que os estados são relacionados com as quantidades medidas de acordo com a equação:

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{verd}) \quad (2.6)$$

onde:

$\mathbf{x}_{verd}$  : vetor com os estados verdadeiros (e desconhecidos) do sistema, de dimensão  $n \times 1$ ;

$\mathbf{h}(\cdot)$  : vetor com as funções não lineares que relacionam as quantidades medidas aos estados da rede elétrica, de dimensão  $m \times 1$ ;

Substituindo a Equação (2.6) em (2.2), obtém-se a relação entre as medidas e os estados da rede, descrita pelo seguinte *modelo de*



medição [1, 3]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{verd}) + \boldsymbol{\eta} \quad (2.7)$$

Com respeito à quantidade de informações disponíveis e necessárias para que o problema de estimação de estados possa ser resolvido, um indicador importante é o *índice de redundância global*, simbolizado por  $\rho$ , que expressa a relação entre o número de medidas que compõem o plano de medição e o número de estados, ou seja,

$$\rho = \frac{m}{n} = \frac{m}{2N - 1} \quad (2.8)$$

Uma condição necessária, mas não suficiente para que o problema de estimação de estados tenha solução é que  $\rho \geq 1$ , o que significa que o número de medidas deve ser sempre maior ou igual ao número de estados. Planos de medição com redundância próxima à unidade são muito vulneráveis a medidas de baixa qualidade e a erros grosseiros, o que pode comprometer a qualidade dos estados estimados.

De uma forma geral, o problema de estimação de estados é modelado como um problema de otimização que busca encontrar a estimativa que mais se aproxime do vetor de estados  $\mathbf{x}_{verd}$ , tendo por base a minimização de algum critério predefinido. Um dos critérios mais utilizados é o de Mínimos Quadrados Ponderados (MQP), e seus princípios básicos serão descritos na subseção a seguir.

## 2.2.1 Critério de Mínimos Quadrados Ponderados

O estimador de estados baseado no critério de Mínimos Quadrados Ponderados, ou simplesmente Estimador MQP, baseia-se na busca pelo vetor de estimativas  $\hat{\mathbf{x}}$  que resulte na menor Soma Ponderada do Quadrado dos Resíduos (SPQR). O resíduo de uma medida é dado pela diferença entre o valor medido e o valor calculado a partir dos estados estimados, ou seja:

$$r_i = z_i - h_i(\hat{x}_i). \quad (2.9)$$

Considerando que o peso associado ao resíduo de uma medida na SPQR está ligado ao grau de incerteza atribuído a ela, a SPQR é dada por:

$$SPQR = R_{11}^{-1} \times r_1^2 + \dots + R_{mm}^{-1} \times r_m^2 \quad (2.10)$$

onde  $R_{ii}$  são os elementos da diagonal da matriz de covariância dos erros de medição  $\mathbf{R}$ .

Escrevendo a Equação (2.10) na forma matricial, define-se o es-

timador MQP conforme o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned}\min_{\hat{\mathbf{x}}} J(\hat{\mathbf{x}}) &= \frac{1}{2} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{r}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}\end{aligned}\quad (2.11)$$

Observando a Equação (2.10), espera-se que os resíduos associados às medidas de maior peso (menor variância  $R_{ii}$ ) sejam menores, de forma a reduzir a SPQR na solução. Assim, a tendência é que para estas medidas o valor da quantidade  $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$  seja mais aderente ao valor medido.

Um problema similar ao qual se aplica o critério de MQP, é o de regressão linear, onde se deseja estimar os coeficientes de uma reta na forma  $y = a.x + b$ , que melhor se ajustem a um conjunto de pontos disponíveis. A regressão linear permite uma interpretação mais “visual” da relação entre a variância das medidas e a forma como estas influenciam o resultado obtido com o critério dos MQP.

Considere-se então, como exemplo, que estejam disponíveis os pontos mostrados na Tabela 2.1 e deseja-se encontrar os coeficientes da reta que melhor se ajustem a esses pontos no sentido dos MQPs.

**Tabela 2.1** – Pontos utilizado na regressão linear

x	0	1	2	3	4	5
y	1.2	1.4	2.17	2.53	3.01	3.79
p	1	2	1	20	1	3

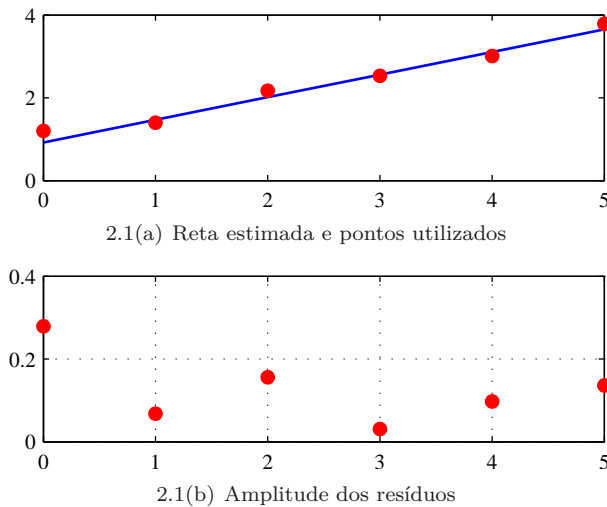
Na presença de erros aleatórios nas observações  $y_i$  não é possível que a reta passe por todos os pontos e, portanto, estará mais próxima de alguns do que de outros. Esta maior ou menor separação depende da ponderação atribuída a cada ponto, expressa pela variável  $p_i$ . O ajuste pelo método de MQPs consiste em encontrar os coeficientes  $a$  e  $b$  que minimizem a soma ponderada do quadrado dos resíduos. Considerando a Figura 2.1(a), onde são indicados os pontos da Tabela 2.1, os resíduos são definidos como a distância vertical entre cada uma das observações e a reta estimada (reta obtida a partir dos coeficientes  $a$  e  $b$  estimados). Pode-se verificar que a solução ótima do problema MQP para os dados da Tabela 2.1 é:

$$a = 0.5465 \quad b = 0.9212 \quad (2.12)$$

O gráfico da função estimada  $y = 0.5465x + 0.9212$  é mostrado na Figura 2.1(a). Como era de se esperar, o ponto (3, 2.53), ao qual está associado o maior peso, apresenta o menor resíduo ao final da regressão

linear, fazendo com que a reta passe praticamente sobre o ponto. Neste caso, pode-se dizer que esse ponto teve maior influência no resultado da regressão linear, ou seja, nos valores de  $a$  e  $b$ . Um fato interessante de se observar, é que os pontos em  $x = 2$  e  $x = 4$ , cuja ponderação não é alta, também apresentam resíduos pequenos. Isso mostra que, embora a ponderação e o resíduo de uma observação tenham uma forte relação, não necessariamente as medidas com menores variâncias apresentam menores resíduos. O resíduo de uma determinada observação depende também da magnitude do erro aleatório a ela associada, e é ainda influenciado pela dimensão do erro nas outras observações.

Pode-se utilizar os resultados mostrados no exemplo anterior para interpretar algumas características da estimação de estados baseada nos MQP. Conforme visto no exemplo, as observações de maior peso influenciam mais fortemente o valor dos coeficientes estimados e tendem a apresentar o menor resíduo. Também na estimação de estados, uma medida de menor variância tem maior influência nos estados estimados, de forma que a quantidade  $h(\hat{x}_i)$  tenha mais aderência à medida  $z_i$ . Neste caso, se a medida  $z_i$  for de boa qualidade, a mesma contribui para que os estados por ela afetados sejam estimados mais próximos dos valores verdadeiros. Entretanto, eventualmente pode ocorrer que mesmo uma medida com baixa variância não seja de boa qualidade. Seria o caso de uma medida contaminada com *erro grosseiro*, no qual  $z_i$  se



**Figura 2.1** – Regressão linear utilizando o critério dos MQP

torna muito diferente de  $z_{i0}$ . Nesta situação, a influência dessa medida seria no sentido de piorar a qualidade dos estados estimados. Para contornar esse problema, algoritmos eficientes de detecção e tratamento de medidas espúrias foram e continuam a ser desenvolvidos com o objetivo de mitigar o efeito de tais erros no resultado final da estimação.

## 2.3 SOLUÇÃO DA EESP VIA CRITÉRIO DE MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS

Diferentes métodos já foram propostos para solucionar o Problema (2.11), como já foi previamente citado no Capítulo 1. Dois deles são de especial importância para este trabalho, e serão apresentados em detalhes adiante. São eles o *Método da Equação Normal* e o *Método Ortogonal Baseado nas Rotações de Givens*.

### 2.3.1 Método da Equação Normal de Gauss

Aplicando a condição de otimalidade de primeira ordem para o Problema (2.11) tem-se que, na solução ótima, deve ser respeitada a Equação [1, 3]:

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{\partial \mathbf{J}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} = -\mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] = 0 \quad (2.13)$$

onde

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) \triangleq \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}}. \quad (2.14)$$

A não-linearidade das funções que descrevem a rede elétrica,  $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$ , torna difícil o cálculo da solução ótima  $\hat{\mathbf{x}}^*$  que atende a condição (2.13). Para contornar esta dificuldade, é utilizado o método iterativo de Gauss-Newton, descrito a seguir.

Expandindo  $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})$  em série de Taylor em torno do ponto  $\hat{\mathbf{x}}^k$ , sendo  $k$  a iteração corrente, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k) + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}^k} (\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k) + \\ \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^2} \right|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}^k} (\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k)^2 + \dots \end{aligned} \quad (2.15)$$

Desprezando os termos de ordem superior da série e fazendo  $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^{k+1}$

e  $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) = 0$ , tem-se [1, 3]:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k - \left[ \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \bigg|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}^k} \right]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}^k) \quad (2.16)$$

O termo  $\frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}}$  é obtido derivando-se a Equação 2.13 de acordo com:

$$\frac{\partial^2 J(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^2} = -\frac{\partial^2 \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^2}^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] + \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}}^T \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \quad (2.17)$$

Em geral, nos problemas de MQP costuma-se desprezar o termo de segunda ordem da equação acima [23]. Portanto:

$$\frac{\partial^2 J(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^2} \approx \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}}^T \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \quad (2.18)$$

Calculando a equação acima para o ponto  $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^k$  obtém-se a matriz

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k) = \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k), \quad (2.19)$$

de dimensão  $(n \times n)$ , chamada de *Matriz Ganho*.

Definindo os vetores de atualização dos estados e das medidas como  $\Delta \hat{\mathbf{x}} = (\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k)$  e  $\Delta \mathbf{z} = (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k))$ , respectivamente, e utilizando a Equação (2.13), pode-se reescrever a Equação (2.16) como:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k)]^{-1} \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{z} \quad (2.20)$$

A matriz Jacobiana  $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)$  e, consequentemente, a matriz de ganho  $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k)$ , são altamente esparsas, embora  $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k)$  tenha aproximadamente o dobro de elementos não nulos de  $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)$  [24]. Em função disso, resolver a Equação (2.20) através da inversão de  $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k)$  não é computacionalmente eficiente e nem garante boa precisão no cálculo de  $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ . Por isso, métodos mais eficientes e que evitam o cálculo explícito de  $(\mathbf{G})^{-1}$  são empregados.

Considere-se, portanto, o fato de que a matriz de ganho é simétrica e positiva-definida [1], então a Equação (2.20) pode ser reescrita como:

$$[\mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k)] \Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{z}, \quad (2.21)$$

que é a forma usual da *Equação Normal de Gauss*.

O *Método da Equação Normal* propõe que a solução do problema de estimação de estados seja obtida resolvendo-se a Equação (2.21) em

$\Delta\hat{\mathbf{x}}$  para cada iteração  $k$ , utilizando para tanto métodos apropriados de fatoração, sendo que um dos mais utilizados é o método de Cholesky [1, 25], através do qual a matriz  $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}})$  é decomposta em:

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \quad (2.22)$$

onde  $\mathbf{L}$  é uma matriz triangular inferior de dimensão  $(n \times n)$ . A Equação (2.21) pode então ser resolvida utilizando (2.22) e aplicando técnicas de substituição direta e inversa [1].

O vetor de estados da iteração corrente é então atualizado a partir de:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \Delta\hat{\mathbf{x}} \quad (2.23)$$

### 2.3.2 Informação *A Priori* na Estimação de Estados

No contexto da estimação de estados, diferentes tipos de informações *a priori* estão disponíveis e podem ser utilizados, como por exemplo estimativas dos estados obtidas a partir de outro conjunto de medidas, algum conhecimento heurístico relacionado aos estados, ou ainda valores médios obtidos de alguma observação estatística [26].

Quando informações *a priori* são incluídas na estimação de estados, deve-se modificar o problema de MQP de modo que as mesmas sejam consideradas. Nesta situação, é adicionada à função objetivo original uma outra parcela, que busca minimizar também o desvio do vetor de estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}$  em relação ao vetor das informações *a priori*. Disto resulta uma nova função objetivo contemplando essas duas parcelas [26–28]:

$$\begin{aligned} \min J(\hat{\mathbf{x}}) = & \frac{1}{2} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})]^t \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] + \\ & \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}})^t \mathbf{P}^{-1} (\hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

onde  $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n]$  é o vetor de informações *a priori* e  $\mathbf{P}$  sua respectiva matriz de covariância. Na prática, em algumas situações é feita a suposição de que as informações *a priori* são não-correlacionadas, de modo que  $\mathbf{P}$  torna-se diagonal, ou seja:

$$\mathbf{P} = \text{diag}\{\bar{\sigma}_1^2 \dots \bar{\sigma}_n^2\}. \quad (2.25)$$

sendo que  $\bar{\sigma}_i^2$  é a variância associada a  $\bar{x}_i$ . Observa-se que quanto menores os valores de  $\bar{\sigma}_i^2$ , maiores serão os pesos atribuídos às informações *a priori*. Por outro lado, à medida que os valores de  $\bar{\sigma}_i^2$  aumentam,

menos influência as informações *a priori* terão no resultado final. No caso extremo em que  $\mathbf{P} \rightarrow \infty$ , a segunda parcela da Equação (2.24) tende a zero, e a função objetivo retorna à sua forma original (2.11), onde nenhuma informação *a priori* é considerada.

Com a nova Função Objetivo (2.24), a solução do problema de otimização também é modificada. Pode-se mostrar que a Equação Normal de Gauss estendida para considerar as informações *a priori* é dada por [26, 28]:

$$[\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}^k) + \mathbf{P}^{-1}] \Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{z} + \mathbf{P}^{-1} \Delta \bar{\mathbf{x}}, \quad (2.26)$$

onde  $\Delta \bar{\mathbf{x}} \triangleq (\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}^k)$ .

### 2.3.3 Método Ortogonal-Sequencial

Considere-se o seguinte modelo de medição linear:

$$\Delta \mathbf{z} = \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) \Delta \hat{\mathbf{x}} + \eta \quad (2.27)$$

e a respectiva função objetivo do problema de MQP:

$$J = \frac{1}{2} [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) \Delta \hat{\mathbf{x}}]^T [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) \Delta \hat{\mathbf{x}}] \quad (2.28)$$

onde, por conveniência, considera-se que a matriz de covariância das medidas,  $\mathbf{R}$ , é igual à identidade.

Adicionalmente, supõe-se que o número de elementos que formam o vetor  $\mathbf{z}$  inicial é exatamente igual ao número de estados,  $n$ , e que uma nova medida  $z_1$  é a próxima a ser processada. A relação entre esta medida e o vetor de estados é dada por [29]:

$$z_1 = \mathbf{h}_1^T \mathbf{x} + \eta_1 \quad (2.29)$$

onde  $\mathbf{h}$  é um vetor  $n \times 1$  que relaciona a nova medida aos estados e  $\eta_1$  é o erro aleatório do medidor associado a  $z_1$ . Com a adição dessa nova medida, a Função Objetivo (2.28) se torna [29]:

$$J_1 = J + (\Delta z_1 - \mathbf{h}_1^T \Delta \hat{\mathbf{x}})^2 \quad (2.30)$$

ou

$$J_1 = \left( \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{h}_1^T \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}} - \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \Delta z_1 \end{bmatrix} \right)^T \left( \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{h}_1^T \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}} - \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \Delta z_1 \end{bmatrix} \right) \quad (2.31)$$

A expressão (2.31) pode ser, ainda, reescrita como a seguinte norma Euclidiana:

$$J_1 = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{h}_1^T \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}} - \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \Delta z_1 \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (2.32)$$

Sabe-se que a norma Euclidiana é invariante quando seu operando é submetido a transformações ortogonais [30]. Assim, se o argumento da Equação (2.32) for multiplicado por uma matriz de transformações ortogonais  $\mathbf{Q}$ <sup>1</sup>,  $J_1$  é mantido inalterado, podendo ser reescrito como:

$$J_1 = \left\| \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{h}_1^T \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z} \\ \Delta z_1 \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (2.33)$$

A matriz  $\mathbf{Q}$  é definida convenientemente de forma a triangularizar  $[\mathbf{H}^T | \mathbf{h}_1]^T$  [29]. Na Seção 2.3.4 serão mostrados detalhes da obtenção de  $\mathbf{Q}$ . Então, com a matriz ortogonal apropriada, a Equação 2.33 resulta em [29]:

$$J_1 = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}} - \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ e_1 \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (2.34)$$

onde  $\mathbf{U}$  é uma matriz  $n \times n$  triangular superior,  $\mathbf{0}$  é um vetor  $1 \times n$  de elementos nulos,  $\mathbf{w}$  é um vetor  $n \times 1$ , e  $e_1$  é um escalar. Assim, o problema de MQP transformado e já considerando a nova medida  $z_1$  passa a ser:

$$\min_{\Delta \hat{\mathbf{x}}} J_1 = \frac{1}{2} [\mathbf{w} - \mathbf{U} \Delta \hat{\mathbf{x}}]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{w} - \mathbf{U} \Delta \hat{\mathbf{x}}] + e_1^2, \quad (2.35)$$

de onde  $\Delta \hat{\mathbf{x}}$  é obtido resolvendo-se por substituição inversa o seguinte sistema linear:

$$\mathbf{U} \Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{w} \quad (2.36)$$

O uso da solução acima em (2.35), torna o valor da função objetivo igual a  $e_1^2$ . Pode-se mostrar que  $e_1^2$  representa a soma dos quadrados dos resíduos após o processamento da medida  $z_1$  [29]. Con-

---

<sup>1</sup>Se  $\mathbf{Q}$  é uma matriz ortogonal, então  $\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}^T$  ou  $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}^T\mathbf{Q} = \mathbf{I}$  [30]



forme são consideradas outras medidas, a retriangularização faz com que o elemento  $e_1$  seja constantemente atualizado. Assim, o método ortogonal-sequencial fornece a soma dos quadrados dos resíduos sem nenhum custo adicional, sendo este um subproduto importante desta abordagem. Além disso, o fato de se conhecer a contribuição do resíduo de cada medida abre a possibilidade de implementar funções de detecção e identificação de medidas espúrias durante o processamento das medidas, diferentemente do que ocorre com outros métodos [29].

### 2.3.4 Rotações Ortogonais de Givens

A triangularização indicada na Equação (2.33) é a base dos métodos de transformações ortogonais, e diferencia estes daqueles que resolvem explicitamente a Equação Normal de Gauss. Esta operação baseia-se no produto da matriz a ser triangularizada pelo operador  $\mathbf{Q}$ , que tem sido definido segundo dois métodos: *Reflexões de Householder* e *Rotações de Givens* [25].

As reflexões de Householder são muito utilizadas quando o interesse é introduzir uma grande quantidade de zeros na matriz a ser ortogonalizada. Por outro lado, as rotações de Givens permitem que esses elementos nulos sejam gerados de forma mais seletiva [25]. Isso pode ser amplamente explorado no caso da solução do problema de EESP via critério de MQP. É possível definir, por exemplo, uma transformação ortogonal  $\mathbf{Q}$  de forma que a cada passo da triangularização sejam eliminados um a um os elementos de uma determinada linha. Isso possibilita que as linhas da matriz sob transformação sejam processadas sequencialmente, permitindo, no caso da triangularização da matriz Jacobiana na EESP, a interpretação de que as medidas  $z_i, i = 1, \dots, m$  são processadas individualmente, assim como foi mostrado na seção anterior.

Para avaliar com detalhes a aplicação das rotações de Givens na EESP, considere-se inicialmente a matriz Jacobiana  $\mathbf{H}$ , e a matriz  $\mathbf{U}$  que armazenará a matriz triangular superior, de dimensão  $(n \times n)$  e  $(m \times n)$ , respectivamente. Na prática, já que tanto  $\mathbf{H}$  como o vetor  $m \times 1$  de atualização das medidas  $\Delta \mathbf{z}$  serão submetidos à transformação ortogonal  $\mathbf{Q}$ , o que se faz é combiná-los em uma só matriz  $[\mathbf{H}|\Delta \mathbf{z}]$ . Adicionalmente, a matriz  $\mathbf{U}$  é aumentada para que contenha o vetor  $\mathbf{w}$  que armazenará o resultado das rotações em  $\Delta \mathbf{z}$ . Considere-se os seguintes vetores, que serão utilizados para ilustrar a aplicação das

rotações:

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= [0 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad u_i \quad \dots \quad u_k \quad \dots \quad u_{n+1}] \\ \mathbf{p} &= [0 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad p_i \quad \dots \quad p_k \quad \dots \quad p_{n+1}]\end{aligned}\quad (2.37)$$

O vetor  $\mathbf{u}$  representa a  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{U}$ , aumentada pelo respectivo elemento do vetor  $\mathbf{w}$  corrente, enquanto o vetor  $\mathbf{p}$  é a linha de  $\mathbf{H}$  que será processada, aumentada pelo elemento correspondente de  $\Delta\mathbf{z}$ . A triangularização se baseia em rotacionar os vetores  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{p}$  de forma que os elementos de  $\mathbf{p}$  sejam zerados. Como a cada rotação é zerado um elemento, serão necessárias tantas rotações quantos forem os elementos não-nulos. Para zerar o  $i$ -ésimo elemento de  $\mathbf{p}$ , a rotação é realizada com a  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{U}$ , assim como é mostrado na Equação (2.37).

Cada rotação aplicada a  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{u}$ , é definida de acordo com a seguinte expressão [24, 29]:

$$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}' \\ \mathbf{p}' \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

onde  $c^2 + s^2 = 1$ . Os escalares  $c$  e  $s$  são obtidos a partir da restrição  $p'_i = 0$ , e são dados por:

$$\begin{aligned}c &= \frac{u_i}{\sqrt{u_i^2 + p_i^2}} \\ s &= \frac{p_i}{\sqrt{u_i^2 + p_i^2}}\end{aligned}\quad (2.39)$$

Após rotacionar o vetor  $\mathbf{p}$  com a  $i$ -ésima linha de  $\mathbf{U}$ , o elemento  $p_i$  será zerado, de forma que os vetores  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{u}$  se tornem:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}' &= [0 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad u'_i \quad \dots \quad u'_k \quad \dots \quad u'_{n+1}] \\ \mathbf{p}' &= [0 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad p'_k \quad \dots \quad p'_{n+1}]\end{aligned}\quad (2.40)$$

Neste caso, restariam ainda  $(n - k + 2)$  rotações a serem aplicadas a  $\mathbf{p}'$  para que fossem zerados todos seus elementos (supondo que  $\mathbf{p}$  é um vetor denso). Na última dessas rotações seria anulado o elemento  $n + 1$ , correspondente ao vetor  $\Delta\mathbf{z}$ , fazendo com que a contribuição da respectiva medida incremental em  $\Delta\mathbf{z}$  seja adicionada à SPQR [24, 29].

### 2.3.4.1 Consideração sobre a matriz de covariância das medidas

No início da seção anterior, a matriz  $\mathbf{R}$  de covariâncias das medidas foi considerada igual à identidade. Isso implica na redução do método de mínimos quadrados ponderados ao método de mínimos quadrados. Na prática, esta consideração não é necessária. Será mostrado abaixo um artifício que permite a aplicação das rotações de Givens mesmo nos casos em que  $\mathbf{R}^{-1} \neq \mathbf{I}$ .

Considere-se que a matriz de covariância  $\mathbf{R}$  seja decomposta em :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \mathbf{R}^{\frac{T}{2}} \quad (2.41)$$

de forma que sua inversa seja dada por:

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^{\frac{-T}{2}} \mathbf{R}^{\frac{-1}{2}} \quad (2.42)$$

Substituindo a Equação 2.42 em 2.42 e definindo a matriz Jacobiana e o vetor de atualização das medidas modificados [31]:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{H} \quad (2.43)$$

$$\Delta \tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \Delta \mathbf{z}, \quad (2.44)$$

a mesma formulação apresentada acima para o método de Givens pode ser aplicada para o caso ponderado, considerando agora  $\tilde{\mathbf{H}}$  e  $\Delta \tilde{\mathbf{z}}$ .

As alterações acima para permitir a aplicação de rotações convencionais de Givens a problemas ponderados implicam em um aumento de custo computacional associado à decomposição da matriz  $\mathbf{R}^{-1}$  e ao cálculo dos produtos (2.43) e (2.44). Será visto na próxima seção que uma versão modificada das rotações de Givens possibilita, dentre outras coisas, a consideração de uma matriz de covariâncias diagonal como elementos diferentes da unidade e sem custo computacional adicional.

## 2.3.5 Versão Rápida das Rotações de Givens

Embora as rotações de Givens sejam extremamente atrativas, podem se tornar computacionalmente caras devido ao grande número de raízes quadradas necessárias para calcular os fatores  $c$  e  $s$  e de multiplicações requeridas nas rotações [24]. Como alternativa a esse problema, uma versão modificada das rotações de Givens foi proposta

em [24]. Além de mais eficiente, essa versão possibilita a consideração do método de mínimos quadrados *ponderados* sem custo adicional. Esta versão é chamada de *Rotações de Givens sem raízes quadradas*, *Versão Rápida das Rotações de Givens* ou ainda *Rotações de Givens com 3 multiplicadores - G3M*.

As modificações sugeridas consistem em não se obter a matriz triangular superior  $\mathbf{U}$ , mas sim uma matriz diagonal  $\mathbf{D}$  e uma matriz triangular superior  $\bar{\mathbf{U}}$  unitária (isto é, com todos os elementos da diagonal iguais à unidade), de modo que [24]:

$$\mathbf{U} = \mathbf{D}^{\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{U}} \quad (2.45)$$

Com isso, os vetores que serão rotacionados passam a ser expressos por

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & \dots & \sqrt{d} & \dots & \sqrt{d} \bar{u}_k & \dots & \bar{u}_{n+1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{p} &= \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & \dots & \sqrt{\delta} p_i & \dots & \sqrt{\delta} p_k & \dots & \sqrt{\delta} p_{n+1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Após aplicadas as rotações, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}' &= \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & \dots & \sqrt{d'} & \dots & \sqrt{d'} \bar{u}'_k & \dots & \bar{u}'_{n+1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{p}' &= \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & \dots & 0 & \dots & \sqrt{\delta'} p'_k & \dots & \sqrt{\delta'} p'_{n+1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.47)$$

A nova equação de rotação é definida considerando as modificações na representação de  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{p}$  e impondo que o elemento (2, 2) da matriz de rotações seja igual a 1:

$$\begin{bmatrix} \bar{c} & \bar{s} \\ -p_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}' \\ \mathbf{p}' \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

sendo as variáveis  $d'$ ,  $\delta'$ ,  $\bar{c}$  e  $\bar{s}$ , atualizadas de acordo com:

$$\begin{aligned} d' &= d + \delta p_i^2 & \bar{c} &= \frac{d}{d'} \\ \delta' &= \frac{d\delta}{d'} = \bar{c}\delta & \bar{s} &= \frac{\delta p_i}{d'} \end{aligned} \quad (2.49)$$

enquanto as equações de atualização de  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{p}$  são definidas por:

$$\left. \begin{aligned} p'_k &= p_k - p_i \bar{u}_k \\ \bar{u}_k &= \bar{c} \bar{u}_k + \bar{s} p_k \end{aligned} \right\}, k = i + 1, \dots, n + 1 \quad (2.50)$$

Observa-se que não é necessário calcular  $\sqrt{d_i}$ , mas apenas  $d_i$  e que as raízes quadradas utilizadas em 2.39 não são necessárias. Além disso, o número de multiplicações efetuadas em 2.48 é reduzido a três quartos do número de multiplicações da versão convencional das rotações de Givens [24].

Uma outra diferença entre as Equações (2.37) e (2.46) está nos termos  $\sqrt{d}$  e  $\sqrt{\delta}$  que, na verdade, agem como fatores de escala dos vetores  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{p}$ . Os fatores de escala  $\sqrt{\delta_i}$ , que são em número de  $m$ , estão associados às linhas de  $\mathbf{H}$ , e podem ser interpretados como a ponderação atribuída a cada medida  $z_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  [29]. Sabendo que a no método de MQP aplicado à EESP a ponderação dos resíduos das medidas é feita pelo inverso da variância dos respectivos erros de medição, pode-se estabelecer a seguinte relação:

$$\delta_i^0 = \frac{1}{R_{ii}} = \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (2.51)$$

Esta relação evidencia a possibilidade de se considerar nesta versão das rotações de Givens a solução de problemas de mínimos quadrados ponderados sem qualquer aumento de esforço computacional, diferentemente do que acontece na forma original. Assim, não são necessárias as modificações mostradas na Seção (2.3.4.1), já que a matriz de covariância passar a ser representada explicitamente na Equação (2.51).

Por analogia às observações feitas ao fator  $\delta$ , os fatores  $d_i$  podem também ser interpretados como pesos, porém, associados ao vetor de estados  $\mathbf{x}$  [27]. Quando a solução do problema de EESP é iniciada sem que haja informações confiáveis sobre os estados, as variáveis  $d_i$  e  $\delta_i$  são inicializadas como [27, 29]:

$$d_i^0 = 0 \quad (2.52)$$

$$\delta_i^0 = 1$$

A escolha para o valor dos pesos acima reflete a elevada incerteza associada aos valores com os quais se inicializa o vetor de estados  $\hat{\mathbf{x}}$ . A atribuição de ponderação nula às variáveis de estado corresponde à hipótese de variância infinita para as respectivas informações *a priori*,

ou seja, completo desconhecimento quanto aos estados iniciais.

## 2.4 CONCLUSÃO

O processo de estimar estados em sistemas de potência envolve o processamento de telemidas oriundas dos sistemas de supervisão. Neste capítulo foram introduzidos os conceitos fundamentais que envolvem este processo, bem como descritos dois dos principais métodos utilizados para abordar o problema: o Método da Equação Normal e o Método Sequencial Ortogonal baseado nas Rotações de Givens. Este último foi também apresentado em sua versão rápida, com três multiplicadores e sem a presença do cálculo de raízes quadradas.

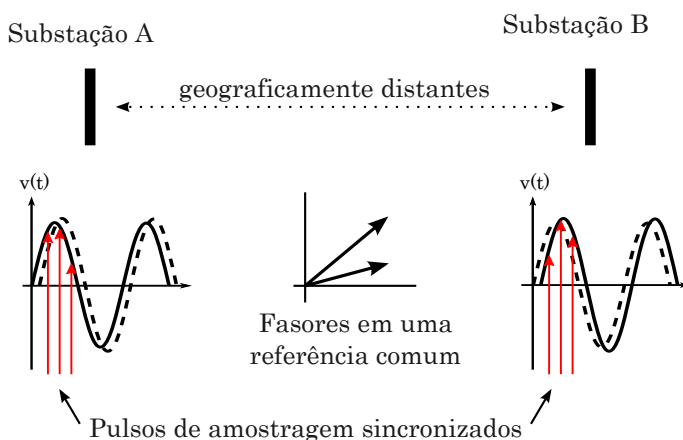
Adicionalmente, foi mostrado como são modeladas no processo de estimação de estados as informações *a priori*, que estão disponíveis antes mesmo do processamento das telemidas. Conforme demonstrado, a consideração destas informações leva à expansão da Equação Normal de Gauss que, nos casos de elevada incerteza a respeito das informações *a priori*, tende à sua forma original.

### 3 MEDIÇÃO FASORIAL SINCRONIZADA

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Os Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada (SMFS) abordam dois problemas muito relevantes na área de monitoração de sistemas elétricos: a obtenção dos fasores de tensão e corrente em um determinado ponto de uma rede elétrica, e a representação destes e de outros fasores, obtidos em pontos geograficamente distantes, em uma referência comum. Este problema é ilustrado na Figura 3.1, onde são representadas duas subestações, e em cada uma delas a amostragem de um sinal, neste exemplo, um sinal de tensão. A ideia principal dos SMFS, é que, supondo que os pulsos de amostragem nas duas subestações sejam sincronizados, os fasores obtidos a partir deles estarão na mesma referência angular, conforme indicado na figura.

A reconstituição dos fasores é realizada com o auxílio de ferramentas apropriadas de processamento de sinais, entre elas a Série de Fourier e a Transformada Discreta de Fourier. A sincronização das amostras é garantida através pulsos de alta precisão enviados por satélites e recebidos em cada subestação. O exato instante em que cada fasor é calculado é armazenado e associado como uma etiqueta de tempo ao novo fasor. Estas medidas fasoriais são enviadas ao *concentrador de dados fasoriais* (PDC, da sigla em inglês para *Phasor Data*



**Figura 3.1** – Amostragem sincronizada de sinais geograficamente distantes

*Concentrator*, e alinhadas com base nas etiquetas de tempo. Como não importa o momento em que foram recebidas no concentrador de dados, e sim o valor que consta na etiqueta de tempo, a velocidade de transmissão entre a subestação e o ponto onde são comparadas deixa de ser um requisito crítico, ao menos no que diz respeito à utilização destas informações na Estimação de Estados [7].

Na Seção 3.2 é apresentado um breve do histórico dos sistemas de medição fasorial sincronizada, da sua concepção até o desenvolvimento de normas e padrões nos últimos anos. Uma pequena introdução sobre a representação fasorial de sinais amostrados é apresentada na Seção 3.3, sendo seguida, na Seção 3.4, pela definição da estrutura dos SMFS e de alguns conceitos fundamentais. Mais voltada ao assunto principal deste trabalho, a incorporação de medidas fasoriais na estimação de estados, a Seção 3.6 apresenta algumas considerações sobre as estratégias disponíveis, incluindo uma antevisão das que serão propostas nos Capítulos 4 e 5.

## 3.2 CONTEXTO HISTÓRICO DA MEDIÇÃO FASORIAL

Os primeiros registros de métodos de medição direta do ângulo de fase de tensão remetem ao início da década de 80 do Século XX. Até aquele momento, não havia métodos economicamente viáveis para fazer este tipo de medição, de forma que estes ângulos eram obtidos apenas através de cálculos baseados em outras medidas [32]. Segundo [7], a mudança neste cenário veio com a publicação, nos primeiros anos da década de 80, dos primeiros artigos a apresentarem aplicações envolvendo este assunto [4, 32, 33].

Os progressos nessa área foram impulsionados, em grande parte, pelos avanços na tecnologia de proteção computadorizada das décadas de 70 e 80, principalmente após o desenvolvimento do Relé de Proteção baseado em Componentes Simétricas (*SCDR*, da sigla em inglês para *Symmetrical Component Distance Relay*) [5]. Na época, a grande novidade é que estes relés se baseavam na medição de tensão e corrente de sequência zero, positiva e negativa com alta precisão, e com um tempo de resposta da medição de aproximadamente um ciclo da frequência fundamental, o que possibilitou, mais tarde, a sincronização destas medidas em subestações distantes [5].

Durante a década de 80, aliando a evolução dos algoritmos de cálculo de componentes simétricas com as emergentes técnicas de sincronização via satélites, houve um grande avanço nos Sistemas de



Medição Fasorial Sincronizada, culminando, em 1988, no primeiro protótipo de uma Unidade de Medição Fasorial - PMU (da sigla em inglês para *Phasor Measurement Unit*) [5, 7].

Um marco no progresso dos sistemas de medição fasorial foi o ano de 1995, quando foi aprovado o padrão *IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems - IEEE Std 1344-1995* [34], com o objetivo de caracterizar os sistemas de Medição Fasorial Sincronizada, assim como estabelecer os requisitos de sincronização e formato de dados associados a estes sistemas. Em janeiro de 2001, após ter sido publicada a primeira revisão deste documento, foi criado o “Grupo de Trabalho em Sincrofasores”, cujas pesquisas se voltaram a atualizar o referido padrão. Por fim, em 2005, foi publicada o novo padrão para medições fasoriais sincronizadas, o *IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems - IEEE Std C37.118-2005*, que substituiu integralmente os anteriores [35]. Atualmente, está sendo desenvolvido um novo padrão com foco nas características de transmissão de dados dos sistemas de medição fasorial sincronizada entre equipamentos de sistemas de potência, cuja versão preliminar recebe a denominação *IEEE Draft Standard for Synchrophasor Data Transfer for Power Systems - PC37.118.2/D3.2*, tendo sido publicada no mês de Junho de 2011.

### 3.3 REPRESENTAÇÃO FASORIAL DE SINAIS

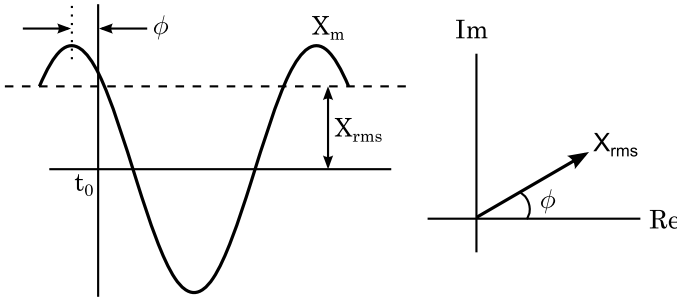
Considere-se um determinado sinal cuja forma de onda é ilustrada na Figura 3.2. Este sinal é descrito no tempo pela função:

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi), \quad (3.1)$$

onde  $X_m$ ,  $\omega$  e  $\phi$  são, respectivamente, o valor máximo, a frequência, em radianos por segundo, e o ângulo de fase, em radianos, do sinal  $x(t)$ . Sendo  $X_{rms} = X_m/\sqrt{2}$  o valor rms deste sinal, a Equação(3.1) pode ser escrita na forma fasorial, ou seja:

$$x(t) \Leftrightarrow \dot{X} = X_{rms} (\cos \phi + j \sin \phi) = X_{rms} e^{j\phi} \quad (3.2)$$

O objetivo dos SMFS é observar o sinal da Figura 3.2 para então obter a representação fasorial (3.2). Deve-se ressaltar que esta representação somente é válida se o sinal observado for uma senoide pura, como a mostrada na Figura 3.2. Como na prática, em geral, os sinais são contaminados por ruídos de diferentes frequências, é necessário filtra-los, extraíndo apenas a componente fundamental do sinal desejado. Esta



**Figura 3.2** – Representação fasorial de um sinal senoidal

filtragem, bem como a concepção dos fasores do sinal amostrado são frequentemente realizadas através da aplicação da Série de Fourier e da Transformada Discreta de Fourier (DFT, da sigla em inglês para *Discrete Fourier Transform*) [7].

Da definição da Transformada de Fourier, um sinal senoidal de frequência ( $k f_0$ ) pode ser escrito como [7, 36]:

$$\begin{aligned} x(t) &= a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t) \\ &= \left( \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \right) \cos(2\pi k f_0 t + \phi) \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde, da identidade trigonométrica,  $\phi = \arctan\left(\frac{-b_k}{a_k}\right)$ . A representação fasorial deste sinal é dada pela expressão

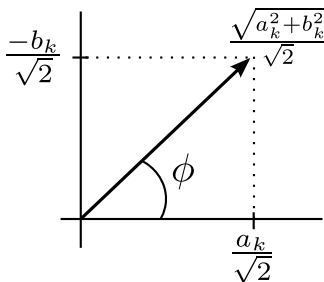
$$\dot{X}_k = \frac{\sqrt{a_k^2 + b_k^2}}{\sqrt{2}} e^{j\phi} \quad (3.4)$$

e representada pela Figura 3.3, podendo ainda ser reescrito na forma retangular como:

$$\dot{X}_k = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_k - j b_k) \quad (3.5)$$

Considerando um conjunto de  $N$  amostras do sinal  $x(t)$ , adquiridas com um período de amostragem  $\Delta T$ , e utilizando a relação entre os componentes da série de Fourier com a Transformada Discreta de Fourier, a Equação (3.5) pode ser reescrita da seguinte forma [7]:

$$\dot{X}_k = \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=1}^N x(n\Delta T) e^{-j \frac{2\pi k n}{N}} \quad (3.6)$$



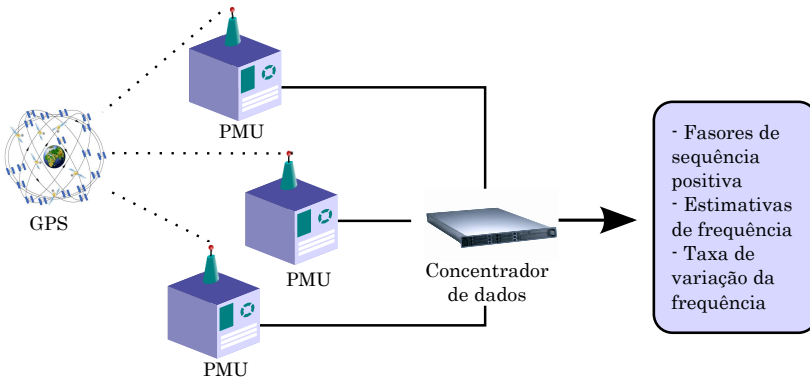
**Figura 3.3** – Representação do fasor  $\dot{X}_k$

A Equação (3.6) define a representação fasorial da  $k$ -ésima harmônica do sinal  $x(t)$  a partir de um conjunto de  $N$  amostras de amplitude  $x(n\Delta T)$ ,  $n = 1, \dots, N$ , mesmo quando outras componentes harmônicas estiverem presentes [9]. Quando o sinal  $x(t)$  não está na frequência fundamental, o fasor  $\dot{X}_k$  apresentará um erro de magnitude e fase em relação ao sinal original. Entretanto, este erro possui características interessantes, e pode ser utilizado para determinar a correta magnitude do sinal  $x(t)$  [9].

### 3.4 SISTEMAS DE MEDIÇÃO FASORIAL SINCRONIZADA

Os SMFS são constituídos, de uma forma geral por três elementos: Unidade de Medição Fasorial (PMU, de *Phasor Measurement Unit*), Sistema de Sincronização e Concentrador de Dados Fasoriais (PDC, de *Phasor Data Concentrator*). A Figura 3.4 ilustra uma representação típica de um SMFS.

Os sistemas de sincronização são utilizados para que as amostras dos sinais observados em todas as subestações onde as PMUs estão instaladas sejam feitas no mesmo instante, o que garante que os fasores calculados estejam na mesma referência angular. Além disso, também fornecem o horário em que a amostra foi obtida, referenciado ao UTC (*Coordinated Universal Time*), dado que irá compor a etiqueta de tempo de cada fasor. Nas subseções seguintes serão abordados algumas informações adicionais a respeito dos elementos indicados acima.

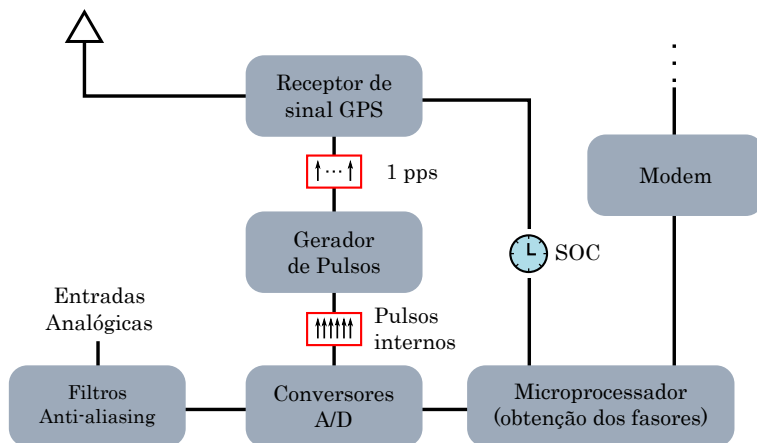


**Figura 3.4** – Sistema de medição fasorial sincronizada

### 3.4.1 Unidades de Medição Fasoriais

Existem vários modelos sugeridos para as PMUs, variando de acordo com o fabricante e as funcionalidades oferecidas. Em geral, podem ser representadas como mostra a Figura 3.5. As entradas analógicas são as medidas de tensão dos barramentos e de corrente nos ramos da subestação onde a PMU está instalada. Estas amostras são obtidas do secundário dos transformadores de instrumentos, e são convertidas em valores de tensão da ordem de 10 volts.

A amostragem dos sinais observados em todas as PMUs de um SMFS é sincronizada através de um sinal de 1 pulso por segundo provido pelo sistema de sincronização. Este pulso é “subdividido” internamente, de acordo com a taxa de amostragem adotada. Segundo o padrão IEEE Std C37.118-2005, esta taxa deve ser um número inteiro de vezes por segundo, ou um número inteiro de segundos por amostra [35]. As primeiras PMUs utilizavam taxas de amostragens em torno de 12 amostras por ciclo, sendo posteriormente substituídas por equipamentos que chegavam a 96 ou 128 amostras por ciclo [7]. Atualmente têm sido utilizadas PMUs com taxas de amostragens de aproximadamente 15 KHz, ou seja, 256 pontos por ciclo. Esta alta taxa de amostragem enfatiza uma das grandes vantagens dos sistemas de medição fasorial sincronizada: enquanto nos sistemas SCADA tradicionais uma varredura completa das unidades remotas demora, dependendo da dimensão do sistema, em torno de 5 segundos, no novo sistema as PMUs têm fornecido simultaneamente até 60 fasores por segundo. A definição da taxa de amostragem deve ser feita levando-se em



**Figura 3.5** – Unidade de medição fasorial

consideração a frequência de Nyquist (dobro da componente de maior frequência do sinal observado) a fim de evitar o efeito de *aliasing* [36].

As informações enviadas e recebidas pelas PMUs, são organizadas em mensagens, ou *frames*, que são pacotes estruturados de dados, de tamanho e formato pré-definidos. No total são quatro as mensagens definidas pelo padrão IEEE Std C37.118-2005:

**Mensagem de Dados:** contém, entre outras informações, as medidas fasoriais obtidas pelas PMUs com as respectivas etiquetas de tempo, assim como estimativas de frequência e a taxa de variação da mesma.

**Mensagem de Configuração:** define algumas configurações internas das PMUs, com por exemplo o formato de dados utilizado para representar os fasores (polar ou retangular) e a definição de que tipo de medida está associada a cada canal de medição.

**Mensagem de Comando:** é a mensagem responsável por comandar as operações da PMU, como por exemplo habilitar ou desabilitar o envio de informações, além de também controlar as outras mensagens.

**Mensagem de cabeçalho:** mensagem de informações como a fonte de dados utilizada, fatores de escala, algoritmos adotados, entre outras.

### 3.5 SISTEMAS DE SINCRONIZAÇÃO

As medidas fasoriais obtidas em uma rede elétrica devem ser sincronizadas com uma precisão de tempo que atenda aos requisitos do padrão IEEE Std C37.118-2005 [35]. As medidas de ângulo são extremamente sensíveis a erros de sincronização. Um erro de  $1\mu s$ , por exemplo, em um sistema de 60 Hz corresponde a um erro de fase de  $360 \times 1.10^{-6} \times 60 \approx 0,022^\circ$ . Além do requisito de precisão, o sistema de sincronização deve garantir também um nível mínimo de confiabilidade e disponibilidade.

Em teoria, podem ser utilizados tanto sistemas de sincronização terrestres, como também baseados em satélites. Os primeiros, entretanto, são muito suscetíveis a interferências e podem ter limitações quanto ao nível de precisão exigido [35]. Com isso, optou-se por utilizar sistemas de sincronização baseados em satélites, tendo se destacado, até 2004, os sistemas estadunidenses *Geostationary Operational Environmental Satellite* (GOES) e *Global Positioning System* (GPS), e o sistema russo *Russian Satellite-Based Radionavigation System* (GLONASS). Inclui-se nesta lista também um recente sistema europeu denominado Galileu, cujos primeiros satélites possuem data prevista de lançamento para o ano de 2011. Dos sistemas disponíveis no momento da elaboração do padrão IEEE Std C37.118-2005, o GPS era o único que atendia aos requisitos de precisão e confiabilidade para aplicação nos SMFS, permanecendo até os dias atuais como a fonte de sincronização destes sistemas.

O GPS é um sistema constituído por uma constelação de 24 satélites distribuídos em 6 planos orbitais ao redor da Terra, e é voltado para aplicações de posicionamento, navegação, e provimento de informações de tempo com alta precisão [37]. No contexto dos SMFS, o sistema GPS possui a função de fornecer basicamente duas informações: um pulso de sincronização, à frequência de 1 PPS, e o contador SOC (sigla em inglês que significa *Second of Century*). O pulso de sincronização é responsável por fazer com que todas as PMUS instaladas em uma rede elétrica efetuem medidas simultaneamente, mantendo a mesma referência angular para todos os fasores calculados. O contador SOC é uma informação de 4 *bytes* que contém os segundos decorridos desde a hora 00:00 do dia primeiro de Janeiro de 1970 até o presente segundo. Um outro contador importante é denominado de “fração-de-segundo”, um número inteiro que indica em qual amostra, a partir do pulso sincronizador do GPS, a medida foi obtida. Este, juntamente com o contador SOC definem o tempo exato que irá compor a estampa

de tempo associada a cada medida, dado pela soma:

$$tempo = SOC + \frac{\text{fração de segundo}}{n^{\circ}\text{de amostras} - 1} \quad (3.7)$$

### 3.6 MÉTODOS PARA PROCESSAMENTO DE MEDIDAS FASORIAIS NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

No que diz respeito à inclusão de medidas fasoriais na EESP, existem diferentes estratégias possíveis. Esta seção busca categorizá-las em três grupos: estimadores apenas com medidas fasoriais, estimadores de estados centralizados e estimadores de estados com dois estágios. Serão descritas algumas características associadas a cada uma destas estratégias e apontadas as principais diferenças entre elas.

#### 3.6.1 Estimadores de Estados Apenas com Medidas Fasoriais

Um dos primeiros trabalhos abordando a utilização de medidas fasoriais na estimação de estados, publicado em meados da década de 80, considerou, dentre outras possibilidade, a utilização de um estimador de estados com o vetor de medidas composto unicamente pela magnitude e ângulo de fase da tensão em todas as barras da rede [8]. Em pesquisas recentes esta abordagem continua a ser considerada, embora seja enfatizado que a inclusão de PMUs nas rede elétricas está sendo feita gradualmente, e ainda não contempla medidas em todas as subestações, sejam por dificuldades técnicas ou econômicas [6, 13, 38]. Entretanto, alguns estudos apontam que para assegurar a observabilidade da rede não são necessárias medidas fasoriais em todas as subestação. Se for considerado que as PMUs fornecem medidas de corrente em todos os ramos adjacentes aos nós onde estão instaladas, o número de unidades necessárias pode ser de até aproximadamente 20% do número de barras da rede, variando de acordo com o sistema [13].

No contexto dos estimadores de estados considerando apenas medidas fasoriais, devem ser levados em conta as seguintes observações a respeito da sua utilização:

- considerando que as observações disponíveis são medidas diretas dos estados, possibilita a utilização de estimadores lineares, mais rápidos e eficientes;
- exigem que a rede seja observável apenas com medidas fasoriais,

o que ainda é uma restrição na grande maioria das redes elétricas, mesmo se considerados os algoritmos de alocação ótima de PMUs, que reduzam o número de unidades necessárias;

- não consideram os benefícios proporcionados pelos estimadores convencionais baseados nas medidas dos sistemas SCADA, sendo esta uma das principais desvantagens desta abordagem. Os sistemas SCADA vêm sendo utilizados no monitoramento em tempo real de sistemas de potência há muito tempo, e oferecem uma estrutura confiável e com uma ampla cobertura nas redes elétricas. Muitos investimentos em termos de financiamento e pesquisa foram empregados nas estruturas baseadas nos sistemas SCADA, e não parece apropriado que sejam simplesmente descartadas. Além disso, como em geral o número de medidas fasoriais disponíveis é menor do que as do sistema SCADA, essa opção implica em uma redução do índice de redundância global dos planos de medição, o que leva a uma diminuição da confiabilidade dos estimadores e da capacidade de detecção e identificação de dados espúrios, entre outras perdas significativas.

Existe uma vasta literatura sobre a inclusão de medidas fasoriais na EESP. Muitos trabalhos citam a utilização de estimadores de estados apenas com medidas fasoriais como uma das opções possíveis, embora a grande maioria proponha alternativas que, de alguma, forma considerem também as informações fornecidas pelos sistemas SCADA [6, 11, 39, 40].

### 3.6.2 Estimadores de Estados Centralizados

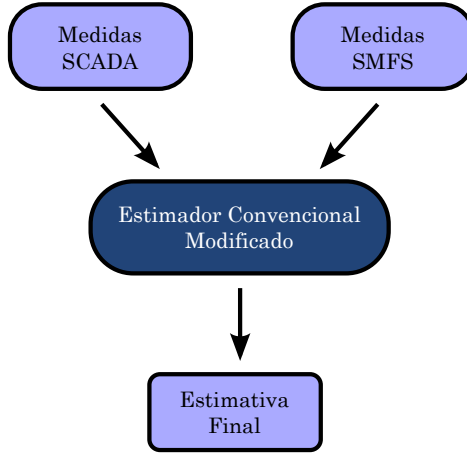
Uma outra estratégia muito utilizada para incluir as medidas fasoriais na estimação de estados é a de expandir os estimadores convencionais para que passem a considerar também estas medidas [6, 11, 14–17, 38]. Não há na literatura um consenso sobre uma nomenclatura apropriada para esta estratégia. Devido ao fato de que um mesmo estimador centraliza o processamento de todas as medidas, conforme ilustra a Figura 3.6, esta estratégia é denominada no presente trabalho de *Estimador Centralizado*<sup>1</sup>.

As modificações necessárias nos algoritmos dos estimadores convencionais podem ser resumidas basicamente na expansão das variáveis

---

<sup>1</sup>Esta nomenclatura ficará mais clara quando forem apresentadas as redes de fusão de dados com múltiplos sensores na Seção 5.3.2.





**Figura 3.6** – Estimador Centralizado

do modelo de medição (2.7) para que modelam as medidas fasoriais, sendo então representadas por:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_S^T : \mathbf{z}_F^T \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{h} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_S^T : \mathbf{h}_F^T \end{bmatrix}^T, \quad \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_S^T : \boldsymbol{\eta}_F^T \end{bmatrix}^T. \quad (3.8)$$

Em função destas alterações são expandidas também as matrizes Jacobianas e de covariância dos erros de medição, resultando em:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_S \\ \dots \\ \mathbf{H}_F \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_S & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & & \dots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{R}_F \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Na prática, a concepção de um estimador centralizado a partir de um convencional que já se encontra em operação é uma opção que deve ser considerada. Entretanto, isto pode ser dificultado pela falta de informações sobre o estimador existente, ou até mesmo impossibilidade de acesso e/ou modificação dos seus algoritmos. Por outro lado, a elaboração de um novo estimador, independente do convencional, leva ao descarte do estimador existente, o que pode ser questionável em função dos recursos nele investidos ao longo do tempo e da confiabilidade a ele associada.

Um outro ponto que deve ser observado é que o estimador centralizado da Figura 3.6 recebe as informações tanto do sistema SCADA

quanto do SMFS, o que gera um grande volume de dados recebidos e processados. Em função disso, questões como capacidade dos equipamentos de comunicação e de processamento de dados devem ser rigorosamente avaliadas, podendo ser decisivas na escolha da estratégia adequada.

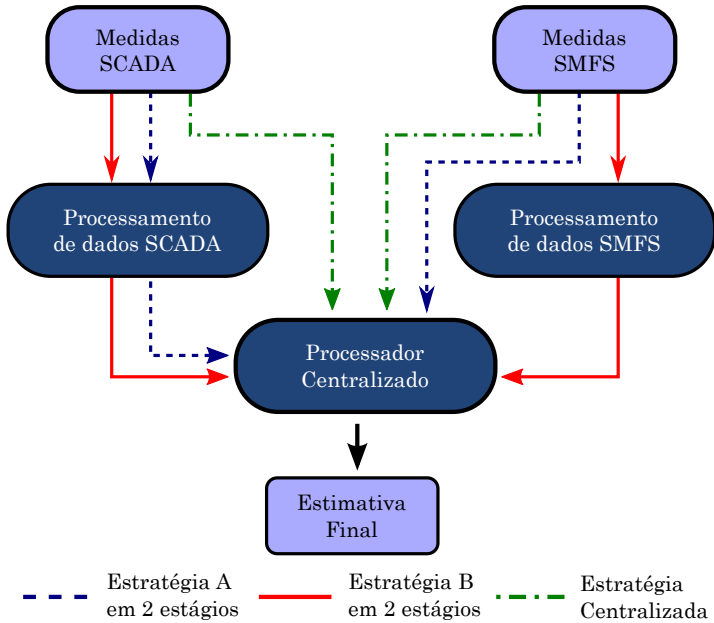
### 3.6.3 Estimadores de Estados de Dois Estágios

Um desafio que se manifesta quando é considerada a inclusão de medidas fasoriais na EESP é o de incorporar os benefícios destas medidas sem, contudo, descartar os bons resultados e a confiabilidade proporcionados pelos estimadores convencionais baseados no sistema SCADA. Os estimadores centralizados mostrados na seção anterior se apresentam como uma boa opção exigindo, entretanto, grandes modificações nos estimadores existentes. Para contornar esta dificuldade, é proposta uma estratégia de estimação de estados baseada em dois estágios, cuja ideia principal é a de processar em etapas separadas as medidas convencionais e as fasoriais e, de alguma forma, combinar os resultados obtidos para obter uma estimativa final [18, 19, 41].

Na Figura 3.7 são ilustrados dois exemplo - A e B - de estimação de estados com medidas fasoriais utilizando a estratégia baseada em dois estágios.

Em termos gerais, pode-se destacar as seguintes considerações a respeito dessa estratégia:

- preservam integralmente a estrutura de monitoração em tempo real já existente, tanto associada aos sistemas de supervisão quanto aos estimadores;
- os benefícios associados às medidas fasoriais são incorporados através de novos módulos independentes, que não necessitam de informações específicas dos sistemas existentes, bastando ter acesso à sua saída e aos dados da rede;
- os dois conjuntos de medidas - dos sistemas SCADA e SMFS - são processados de forma distribuída, reduzindo os requisitos de capacidade de comunicação e processamento de dados, o que pode ser claramente observado na Figura 3.7;
- embora as medidas fasoriais sejam processadas separadamente das medidas do sistema SCADA, o requisito de observabilidade da rede apenas com o SMFS pode ser relaxado em função da



**Figura 3.7** – Estimador Centralizado

aplicação de alguns artifícios, como a consideração de informações *a priori*, conforme será mostrado nos próximos capítulos.

Os exemplos A e B ilustrados na Figura 3.7 correspondem às duas estratégias que serão propostas neste trabalho, nos Capítulos 4 e 5, respectivamente. O exemplo A diz respeito à consideração dos resultados de um estimador convencional como informações *a priori* para um estimador baseado apenas em medidas fasoriais. Já o exemplo B mostra uma solução que combina vetores de estados obtidos independentemente a partir dos dois conjuntos de medidas.

A distinção de dois estágios nesta estratégia não significa que eles sejam executados, necessariamente, de forma sequencial. O fato de que o SMFS possui taxa de amostragem muito superior ao do sistema SCADA certamente deve ser levada em consideração para definir qual conjunto de medidas fasoriais será utilizada. É importante que estas medidas sejam obtidas de forma que estejam associadas ao mesmo instante de tempo das varreduras de medidas do sistema SCADA. Observando este critério, a organização dos processos indicados na Figura 3.7 pode ser feita de acordo com as condições e possibilidades disponíveis.

A opção B, por exemplo, pode ser concebida de forma que os dois estimadores sejam executados simultaneamente, em equipamentos independentes, ou de forma sequencial, se compartilharem a estrutura de processamento.

### 3.7 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram introduzidos alguns fundamentos básicos dos sistemas de medição fasorial sincronizada. Estes sistemas possibilitam a medição de fasores de tensão e corrente na mesma referência angular em pontos geograficamente distantes de uma rede elétrica. Além disso, as medidas fasoriais são mais precisas se comparadas às medidas tradicionais oriundas dos sistemas SCADA, o que deve-se tanto à utilização de circuitos de instrumentação mais precisos como aos requisitos de qualidades definidos pelas normas especializadas. Com isso, há algum tempo vem crescendo o interesse de incorporar essas novas medidas à estimação estática de estados em sistemas de potência.

Três categorias de estimadores com a consideração de medidas fasoriais foram mostradas neste capítulo. Foram abordadas tanto estratégias que levam em conta apenas medidas fasoriais, quanto aquelas que processam os dois conjuntos de medidas. Deste último grupo, foram ainda apresentadas duas possibilidades: o processamento centralizado de todas as medidas, e estimadores baseados em dois estágios, os quais serão detalhados adiante, nos Capítulos 4 e 5.

## 4 ESTIMADOR DE ESTADOS APSI

### 4.1 INTRODUÇÃO

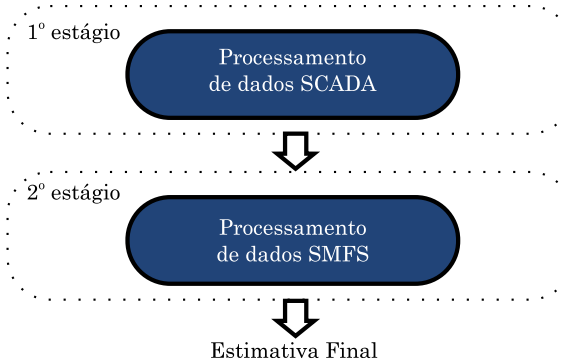
Com o objetivo de considerar a inclusão de medidas fasoriais na EESP sem comprometer a estrutura dos estimadores já existentes, é proposta neste capítulo a utilização de uma estrutura de monitoração em tempo real baseada em dois estágios: o primeiro consiste dos mesmos estimadores já existentes atualmente, enquanto que o segundo inclui o processamento das medidas fasoriais, sendo este alimentado com os resultados do primeiro estágio. A proposta é explorar a capacidade dos estimadores ortogonais de considerar informações *a priori* sem nenhum custo computacional adicional, com o objetivo de processar na segunda etapa os resultados obtidos na primeira. O estimador de estados desenvolvido é denominado *Estimador APSI* (da sigla em inglês para *A Priori State Information*).

É inicialmente apresentada na Seção 4.2 uma visão geral do método, ilustrando como são compostas as duas etapas sugeridas. Em seguida, na Seção 4.3, são mostradas as modificações necessárias nas rotações rápidas de Givens para acomodar informações *a priori*. A Seção 4.4 apresenta os detalhes da formulação matemática utilizada, sendo seguida por considerações adicionais sobre o método utilizado.

### 4.2 ESTRUTURA GERAL DO MÉTODO PROPOSTO

Considere-se que as medidas de uma determinada rede elétrica sejam divididas em dois grupos: um composto por medidas do sistema SCADA e o outro por medidas fasoriais. A proposta apresentada neste capítulo é que essas medidas sejam processadas separadamente, segundo uma estrutura dividida em dois estágios, conforme ilustrado na Figura 4.1. Estes estágios são definidos como:

- 1.º estágio:** Consiste em um estimador de estados convencional que processa apenas as medidas do sistema SCADA. Em aplicações práticas, podem ser utilizados nesta etapa os estimadores convencionais atualmente em operação;
- 2.º estágio:** Nesta etapa, os resultados obtidos no primeiro estágio são considerados sob a forma de informações *a priori* sobre os estados, de forma que a qualidade das estimativas já obtidas seja



**Figura 4.1** – Estrutura do estimador baseado no processamento de informações *a priori*

melhorada através do processamento das medidas do sistema de medição fasorial.

O estimador de estados indicado no primeiro estágio, que considera apenas medidas do sistema SCADA, é denominado EEMS (de *Estimador de Estados com Medidas do Sistema SCADA*). Não há restrições sobre o método a ser utilizado neste estimador, nem é preciso conhecer os detalhes de sua implementação. Além disso, como na primeira etapa não são envolvidas medidas fasoriais, nem são consideradas informações *a priori*, na prática os estimadores convencionais poderiam ser integralmente aproveitados.

No segundo estágio, ocorre o processamento das medidas fasoriais e dos resultados da primeira etapa, estes tratados sob a forma de informações *a priori*. Portanto, o estimador utilizado neste estágio deve ter a capacidade de processar esses dois conjuntos de dados. Como já foi comentado no Capítulo 2, os estimadores baseados na versão rápida das Rotações de Givens acomodam informações *a priori* facilmente, sem prejudicar a eficiência computacional do estimador. Por este motivo, este trabalho propõe que o estimador utilizado no segundo estágio seja baseado neste método.

Já foi proposto na literatura um estimador de estados baseado na versão rápida das Rotações de Givens com capacidade de processamento de medidas fasoriais, sem, contudo, explorar o processamento de informações *a priori* [42]. Nesta dissertação este estimador foi expandido, resultando no estimador denominado EEMF-AP (de Estimador de Estados com Medidas Fasoriais e Informações *A Priori*). Ao conjunto EEMF-AP + EEMS, dá-se o nome de Estimador APSI (ou,

do inglês, *A Priori State Information Estimator*), conforme sugerido em [21], onde sua ideia foi inicialmente explorada <sup>1</sup>.

#### 4.3 CONSIDERAÇÃO DE INFORMAÇÕES A PRIORI NA VERSÃO RÁPIDA DAS ROTAÇÕES DE GIVENS

Na Seção 2.3.5 mostra-se que o fator de escala  $\delta$ , associado a cada linha da matriz Jacobiana  $\mathbf{H}$ , pode ser interpretado como o peso atribuído às medidas no processo de estimação. Por analogia, verifica-se que os valores iniciais dos fatores de escala  $d_i$  relacionam-se aos pesos atribuídos aos estados antes do processamento de qualquer medida. Em outras palavras, os valores  $d_i$  podem ser interpretados como os pesos associados às informações *a priori*. Como estas não foram consideradas na Seção 2.3.5, os elementos  $d_i$  são ali inicializados com zeros.

Considerando agora a presença de informações *a priori*, os pesos  $d_i$  devem ser inicializados de forma a refletir o grau de incerteza atribuído a estas informações. Portanto, sendo  $\bar{\mathbf{x}}$  o vetor de informações *a priori* e  $\bar{\sigma}$  o vetor que contém os respectivos desvios-padrão, pode-se mostrar que o conhecimento prévio sobre os estados na versão rápida das rotações de Givens é levado em conta a partir da seguinte inicialização [27]:

$$\begin{aligned} d_i^0 &= \frac{1}{\bar{\sigma}_i^2} \\ w_i^0 &= \bar{x}_i \end{aligned} \tag{4.1}$$

Observa-se que a consideração de informações *a priori* conforme mostrado acima é obtida apenas mediante a alteração dos valores com os quais os vetores  $\bar{\mathbf{x}}$  e  $\bar{\sigma}$  são inicializados. Como esta modificação não requer nem operações matemáticas nem armazenamento adicionais, conclui-se que as informações *a priori* são processadas sem custo computacional adicional, sendo esta uma grande vantagem da utilização do estimador G3M nessas situações [27].

---

<sup>1</sup>O nome APSI foi sugerido primeiramente em [28] para denotar um estimador de estados com capacidade de processar informações *a priori*, estando, entretanto, fora do contexto da inclusão de medidas fasoriais na EESP.

#### 4.4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTIMADOR APSI

Considere-se os vetores de medidas  $\mathbf{z}_S$  e  $\mathbf{z}_F$ , de dimensão  $(m_S \times 1)$  e  $(m_F \times 1)$ , correspondentes às medidas dos sistemas SCADA e de medição fasorial, respectivamente. Ao processar as medidas  $\mathbf{z}_S$ , o estimador EEMS gera como resultado um vetor de estados estimados, denotado por  $\hat{\mathbf{x}}_S$ , de dimensão  $(n \times 1)$ , cuja matriz de covariância é dada pelo inverso da respectiva matriz de ganho, ou seja [3]:

$$\mathbf{P}_S = (\mathbf{G}_S)^{-1} = (\mathbf{H}_S^t \mathbf{R}_S^{-1} \mathbf{H}_S)^{-1} \quad (4.2)$$

O método proposto utiliza apenas os elementos diagonais da matriz de covariâncias  $\mathbf{P}_S$ . Em alguns casos esses elementos podem ser obtidos diretamente como um subproduto da estimação de estados. Isso ocorre porque a etapa de tratamento de dados espúrios requer que os elementos da diagonal de  $\mathbf{P}$  sejam calculados para obtenção dos resíduos normalizados [2]. Alternativamente, estes elementos podem ainda ser obtidos a partir da Equação (4.2) e da utilização do método da *Matriz Esparsa Inversa* para obter de forma eficiente apenas os elementos diagonais de  $\mathbf{P}_S$  [43].

A partir de  $\hat{\mathbf{x}}_S$  e  $\mathbf{P}_S$ , o processamento dos resultados do estimador EEMS como informação *a priori* para o estimador EEMF-AP é feito através da Equação (4.1) com as seguintes definições:

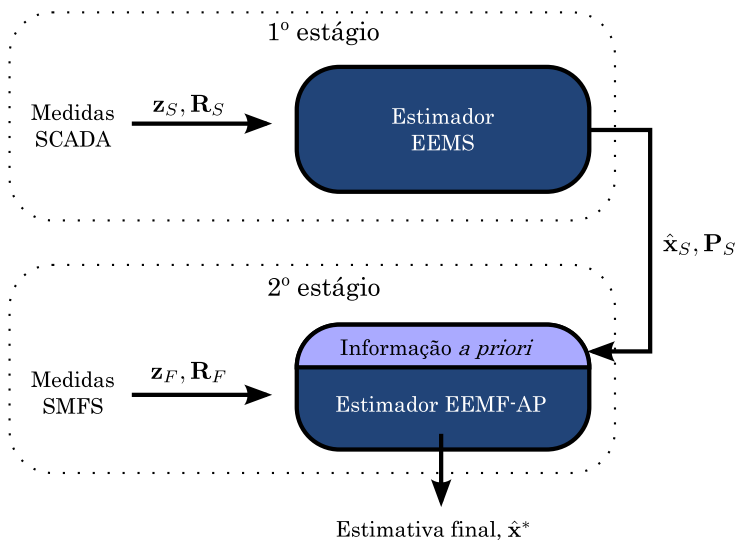
$$d_i^0 = \frac{1}{P_{S,ii}} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{w}^0 = \hat{\mathbf{x}}_S$$

Observa-se que para integrar os módulos EEMS + EEMF-AP, basta que sejam enviados do primeiro para o segundo estágio os dados envolvidos na Equação (4.3), conforme indicado na Figura 4.2. Isto confirma o que foi dito anteriormente, sobre não ser necessário conhecer detalhes do estimador EEMS e nem ter acesso a dados processados internamente. De fato, além do próprio vetor de estados estimados, as outras informações necessárias do primeiro estágio são o plano de medição e dados da rede, a serem eventualmente utilizados para calcular os elementos do inverso da matriz de ganho.

Ao observar, na estrutura proposta, que o segundo estágio está restrito ao processamento de medidas fasoriais, é natural que haja um questionamento sobre a necessidade de observabilidade da rede elétrica





**Figura 4.2** – Detalhe do estimador proposto, formado pelos estimadores EEMS e EEMF-AP

considerando apenas tais medidas. Para investigar esta situação, é utilizado um método de análise de observabilidade proposto em [44], que fundamenta-se na análise numérica de observabilidade aplicada ao método de Givens. Conforme é amplamente discutido nesta referência, uma das formas de identificar se o sistema é observável com o plano de medição em questão, é a observação dos valores de  $d_i$  ao final das rotações. Um valor  $d_i = 0$  significaria, segundo [44], que nenhuma informação a respeito do estado  $x_i$  foi processada, ou seja, este estado não é observável. Por outro lado, a partir do momento em que  $d_i$  deixa de ser nulo, significa que uma informação relacionada ao estado  $x_i$  foi considerada. Seguindo esse raciocínio, pode-se entender que o fato de inicializar o vetor  $\mathbf{d}$  conforme a Equação (4.3) já garante que haja ao menos uma informação sobre cada estado, neste caso fornecida pelas informações *a priori*  $\bar{\mathbf{x}}$ . Em outras palavras, o sistema é observável antes mesmo de processar qualquer medida.

#### 4.5 INFORMAÇÕES *A PRIORI* VERSUS PSEUDOMEDIDAS DE VARIÁVEIS DE ESTADO

Afim de demonstrar melhor o efeito da utilização de informações *a priori* na EESP, apresenta-se a seguir uma interpretação alternativa para as mesmas. Considere-se a Equação (2.24), que representa a função objetivo do problema de estimação de estados na presença de informações *a priori*. A mesma pode ser reescrita agrupando-se as duas parcelas, de forma a obter:

$$\min J(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} [\mathbf{z}_{mod} - \mathbf{h}_{mod}(\hat{\mathbf{x}})]^t \mathbf{R}_{mod}^{-1} [\mathbf{z}_{mod} - \mathbf{h}_{mod}(\hat{\mathbf{x}})] \quad (4.4)$$

onde os termos  $\mathbf{z}_{mod}$ ,  $\mathbf{h}_{mod}$  e  $\mathbf{R}_{mod}$  são definidos como:

$$\mathbf{z}_{mod} = \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \dots \\ \bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{h}_{mod} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) \\ \dots \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_{mod} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots \\ \mathbf{0} \vdots & \mathbf{P} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Observa-se que a inclusão das  $n$  informações *a priori* altera a função objetivo original (2.11) da mesma forma como se fossem incluídas  $n$  pseudomedidas definidas de acordo com [26]:

$$z_i = \bar{x}_i \quad e \quad h(x_i) = x_i, \quad (4.6)$$

ou seja, observações diretas dos próprios estados, cujas equações de medição são lineares.

De fato, aplicar o método da Equação Normal, as Rotações de Givens, ou algum outro método para resolver o Problema (4.4) é uma alternativa para considerar informações *a priori* na estimação de estados. Entretanto, dependendo do número de informações *a priori* disponíveis (normalmente igual ao número de estados), as variáveis aumentadas  $\mathbf{z}_{mod}$ ,  $\mathbf{h}_{mod}$  e  $\mathbf{R}_{mod}$  teriam dimensão muito superior às originais  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\Delta \mathbf{z}$  e, conseqüentemente, aumentariam os custos computacionais de processamento e armazenamento envolvidos. Como já foi mostrado, é possível processar informações *a priori* através da versão rápida das rotações de Givens de forma rápida e com custo computacional virtualmente zero. Assim, não seria razoável considerar a abordagem mostrada acima, tendo sido utilizada aqui apenas para ilustrar o efeito do acréscimo de informações *a priori* na EESP.

## 4.6 CONCLUSÃO

No Capítulo 2 foi introduzido o conceito de informações *a priori* na Estimação de Estados em Sistemas de Potência. No presente capítulo este conceito é utilizado para acoplar dois processos de estimação distintos: os resultados de um estimador que processa apenas telemedidas oriundas do sistema SCADA são consideradas sob a forma de informações *a priori* em outro processo de estimação de estados onde são processadas apenas medidas fasoriais. Este processo é aqui denominado de Estimador APSI (da sigla em inglês para *A Priori State Information*).

Em uma visão detalhada do método ortogonal sequencial baseado nas rotações de Givens, é demonstrado como este método pode acomodar facilmente, e sem custo computacional adicional, um conjunto de informações *a priori* disponíveis. Esta facilidade é explorada no segundo estágio do estimador APSI, permitindo que os estados baseados nas medidas no sistema SCADA sejam considerados no processamento das medidas fasoriais, garantindo observabilidade à rede (condição dificilmente atingida atualmente apenas com medidas fasoriais) e acrescentando as contribuições das medidas do sistema SCADA.

De uma forma geral, o estimador APSI destaca-se por permitir de maneira simples e sem custo computacional adicional a integração entre estimadores distintos baseados em medidas convencionais e fasoriais. Além disso, com relação aos estimadores convencionais, requer acesso apenas aos seus resultados e ao plano de medição, não sendo necessário modificá-los ou conhecê-los internamente. Isto leva à possibilidade de considerar o efeito das medidas fasoriais sem interferir no desempenho e no funcionamento dos estimadores já existentes atualmente.



## 5 FUSÃO DE ESTIMATIVAS BASEADAS NOS SISTEMAS SCADA E SMFS

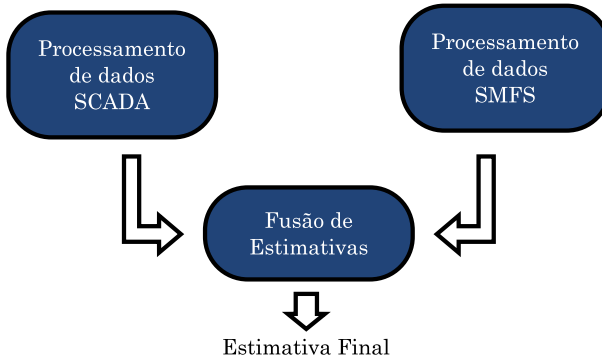
### 5.1 INTRODUÇÃO

Um desafio atual no âmbito dos EMS é a incorporação de medidas oriundas dos sistemas de medição fasorial sincronizada na monitoração em tempo real de sistemas de potência. Este capítulo propõe uma nova metodologia visando o atendimento desta necessidade. A estratégia que será aqui apresentada baseia-se no pressuposto de manter inalterados os estimadores atuais, assim como foi feito no capítulo anterior. Para atender os objetivos almejados, propõe-se a utilização de conceitos de Fusão de Dados com Múltiplos Sensores adaptados ao contexto deste trabalho. Esta tecnologia vem sendo muito utilizada em outras áreas para manipular dados obtidos de diversas fontes (sensores). A abordagem que será descrita busca explorar um ramo de estudos da Fusão de Dados com Múltiplos Sensores, denominado  *fusão de estimativas*.

A Seção 5.2 apresenta uma visão geral do método proposto, ilustrando como o mesmo é estruturado e indicando os conceitos que serão abordados ao longo do capítulo. Na sequência, são introduzidos os fundamentos da Fusão de Dados com Múltiplos Sensores na Seção 5.3, que também apresenta alguns exemplos da utilização desta tecnologia. A Seção 5.4 descreve a formulação matemática da fusão de estimativas seguida, na Seção 5.5, por sua aplicação no contexto da EESP na presença de medidas oriundas de sistemas SCADA e SMFS. Alguns aspectos computacionais relevantes deste problema são abordados na Seção 5.6, sendo seguidos pelas considerações finais deste capítulo.

### 5.2 VISÃO GERAL DO MÉTODO PROPOSTO

Para introduzir a abordagem baseada na fusão de estimativas, considere-se inicialmente dois estimadores de estados distintos: um baseado apenas em medidas do sistema SCADA, referido nesta dissertação como EEMS, e outro baseado apenas em medidas do SMFS, denominado EEMF. A abordagem deste capítulo, baseada na fusão de estimativas, propõe que os dois vetores de estados gerados pelos estimadores EEMS e EEMF sejam combinados, fornecendo uma estimativa final que contém contribuições tanto das medidas do sistema SCADA



**Figura 5.1** – Estrutura do estimador baseado na fusão de estimativas

como do SMFS, conforme ilustrado na Figura 5.1.

Na prática, o módulo EEMS já existe na grande maioria dos centros de operação, sendo o responsável pelo processamento das medidas do sistema SCADA. Por outro lado, nos sistemas onde não há a consideração de medidas fasoriais, o estimador EEMF seria implementado como um módulo adicional. Uma grande vantagem desta estratégia é que este segundo estimador não impõe restrições quanto ao método utilizado para implementá-lo, e também não é necessário que o mesmo interaja com a infraestrutura do sistema SCADA. Isso proporciona flexibilidade na concepção do estimador EEMF, e evita eventuais conflitos com a estrutura de estimação de estados já existente.

Para combinar as duas estimativas, são utilizadas ferramentas de Fusão de Dados com Múltiplos Sensores (FDMS). Conforme será visto adiante, a FDMS possui várias subáreas, associadas às diferentes estruturas possíveis das chamadas *redes de fusão*. Neste trabalho será utilizado o conceito de *fusão de estimativas*, ou seja, fusão dos resultados individuais dos estimadores EEMS e EEMF.

### 5.3 FUSÃO DE DADOS COM MÚLTIPLOS SENSORES

Os sistemas de Fusão de Dados com Múltiplos Sensores têm sua origem ligada às aplicações militares, embora atualmente venham sendo muito utilizados também para aplicações não-militares [45]. A FDMS tem o objetivo de combinar dados de vários sensores a fim de melhorar a qualidade das informações disponíveis com apenas um sensor. Uma definições encontrada na literatura, e que traduz com clareza sua

essência, apresenta a FDMS como “as teorias, técnicas e ferramentas usadas para combinar em um formato de representação comum dados obtidos a partir de diversos sensores, ou derivados das observações destes sensores” [46]. Frequentemente, o conceito de FDMS é comparado à forma como os seres humanos utilizam diferentes sentidos, como a visão, o olfato, o tato e o paladar para interagir com o ambiente à sua volta [45–47]. Os sentidos seriam como que “sensores” através dos quais o ser humano observa o ambiente onde vive, para então combinar estas informações e ter uma percepção final do meio onde está inserido.

Aplicações de FDMS tem sido propostas em várias áreas. Na área militar, incluem reconhecimento automático de alvos, sistemas de locomoção para veículos autônomos, sistemas de segurança e supervisão, entre outros. As aplicações não-militares podem envolver, por exemplo, monitoramento de processos industriais, manutenção de equipamentos, identificação pessoal e até procedimentos médicos [45]. Uma das aplicações mais frequentes da FMDs, para fins militares ou não, tem sido o monitoramento de objetos e veículos móveis terrestres e aéreos. Nestes casos um conjunto de sensores é utilizado para capturar dados do objeto observado para estimar os estados (posição e velocidade) associados a ele.

Conforme será visto na sequência, a fusão de dados pode ser realizada em vários níveis, dependendo do estágio na cadeia de processamento de dados no qual as informações são combinadas. Um exemplo típico de fusão no nível de medidas puras, não-processadas, é a estimação de estados. Também pode haver a fusão no nível de vetores de estados, onde são combinados resultados obtidos a partir de processos de estimação já concluídos [48].

Podem ser citadas inúmeras vantagens da associação de um grupo de sensores através da FDMS para monitorar um determinado processo ou objeto. Vários trabalhos discutem estas vantagens e meios para categorizá-las [46, 49, 50]. Destacam-se, dentre as melhorias mais significativas: o fato de um número maior de sensores permitir uma maior cobertura espacial do sistema; a possibilidade de utilizar informações como posição e velocidade relativas entre sensores para aperfeiçoar as observações (por exemplo, sistemas de triangulação usados para obter o posicionamento de objetos); a combinação de sensores de forma coordenada para fornecer taxas de amostragem mais altas do que as obtidas com apenas um sensor; a redução do nível de incerteza e o aumento da precisão em relação às oferecidas por apenas um sensor, e o aumento da redundância e confiabilidade do conjunto de sensores.

### 5.3.1 Exemplos

Conforme comentado anteriormente, a FDMS tem sido utilizada em diversas áreas. Para ilustrar melhor a abrangência desta tecnologia, seguem abaixo exemplos de algumas aplicações possíveis.

**Sistemas biométricos de identificação:** diversas fontes de dados biométricos podem ser combinadas para a identificação de indivíduos: impressão digital, identificação da voz, leitura da íris e identificação da face [51];

**Sistemas de monitoração de aviões:** um exemplo é a combinação das informações de radares, que fornecem apenas dados pontuais de posicionamento de um avião, com sensores de imagem que permitem calcular a direção angular da aeronave [48];

**Sistemas de processamento de imagens médicas:** a combinação do resultados de vários exames distintos pode ser utilizada para proporcionar diagnósticos médicos mais precisos. Cita-se, por exemplo, o aproveitamento conjunto dos resultados de exames como a tomografia computadorizada, a ressonância magnética e a tomografia de emissão de pósitrons [46].

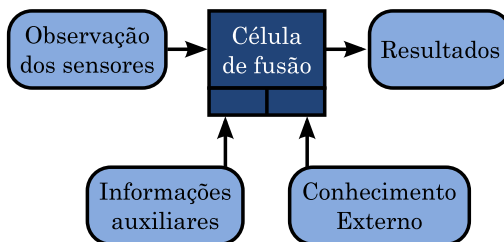
**Monitoração de máquinas:** para monitorar o funcionamento de máquinas, tais como turbinas, aeronaves e equipamentos industriais, podem ser utilizados sensores de som, temperatura, pressão, vibração, entre outros [45].

### 5.3.2 Arquitetura dos Sistemas de FDMS

Face ao grande número de aplicações possíveis da FDMS, torna-se importante definir uma estrutura formal que represente os diversos tipos de problema [45]. Estas estruturas podem ser representadas, de forma simplificada, por três componentes: sensores, *centros de fusão* e a interface com o ambiente externo.

No contexto da fusão, considera-se os sensores como sendo “os dispositivos que interagem diretamente com o ambiente” [52]. Os sensores são, na verdade, dispositivos inteligentes que podem apresentar várias funções, como por exemplo o pré-processamento dos valores medidos, a comunicação com o meio externo e também a integração com outros sensores. A saída de um sensor, ou seja, aquilo que é “entregue” para o sistema de fusão, é chamada de *observação*. O conteúdo dessas





**Figura 5.2** – Célula de fusão

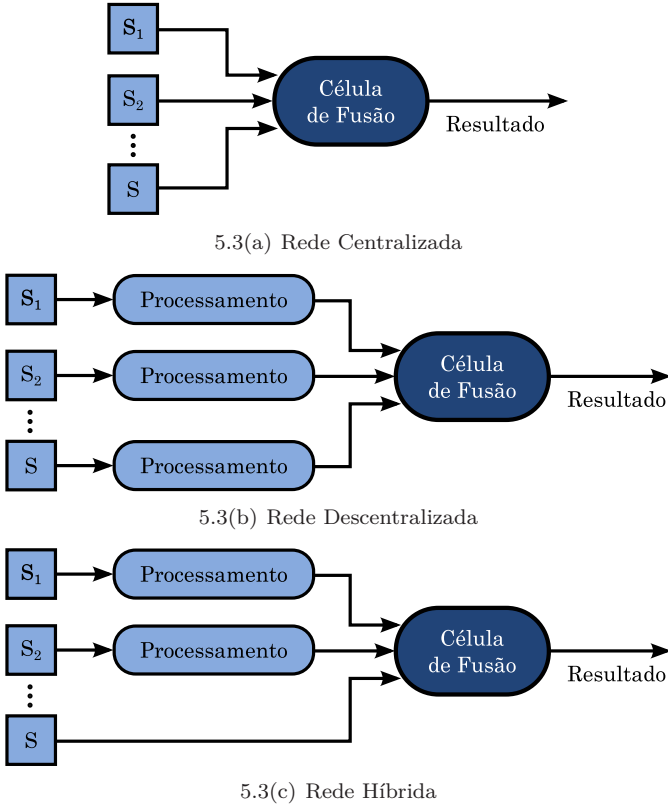
observações muda de acordo com as funcionalidades de cada sensor. Em geral, esta observação pode ser composta por informações como uma identificação do sensor, sua localização espacial no sistema de fusão, o instante de tempo no qual a medição foi realizada e o valor da medida com sua respectiva variância [46].

O centro de fusão ou, como também é chamado, *célula de fusão*, é a parte principal de um sistema de FDMS, e é onde os dados são efetivamente combinados. As células de fusão podem receber como dados de entrada, além das medidas, outros tipos de informação, conforme ilustrado na Figura 5.2. As informações auxiliares representam resultados obtidos de algum processamento prévio das observações, enquanto o conhecimento externo corresponde às informações *a priori* que possam estar disponíveis sobre o objeto ou processo observado [46].

Diferentes arranjos podem ser obtidos da combinação entre as células de fusão e os sensores, formando as *redes de fusão*. De acordo com a configuração adotada, estas redes podem ser classificadas basicamente em *centralizadas*, *descentralizadas* e *híbridas* [48,53].

Uma rede de fusão é classificada como centralizada quando as informações a serem combinadas são as observações “puras”, ou não-processadas, dos sensores. Considera-se como informações não processadas inclusive aquelas que foram em algum momento filtradas, ou obtidas a partir do tratamento preliminar de sinais externos. Nas redes descentralizadas, ou *autônomas*, as observações são processadas e então enviadas para serem combinadas nos centros de fusão. Em alguns casos, o próprio sensor faz o processamento de suas observações internamente antes de enviá-las ao centro de fusão. Finalmente, a arquitetura híbrida combina as duas anteriores, de forma que podem ser processadas no centro de fusão tanto as observações dos sensores como informações obtidas a partir do processamento das mesmas.

As três arquiteturas citadas são ilustradas na Figura 5.3. Teoricamente, a fusão centralizada é a arquitetura mais precisa para com-



**Figura 5.3** – Arquitetura das redes de fusão

binar as informações disponíveis [46, 48]. Entretanto, como mostrado na Figura 5.3, esta arquitetura requer que as observações de todos os sensores sejam enviadas ao centro de fusão, o que pode exigir um canal de comunicação com alta capacidade de transferência de dados, além de um centro de fusão capaz de processar todas estas informações [46, 48]. Na arquitetura descentralizada de fusão é reduzido o requisito de capacidade de transmissão de dados entre os sensores e o centro de fusão, uma vez que as informações enviadas por cada sensor são como que “comprimidas” após o processamento. Além disso, o processo de fusão torna-se, em geral, mais simples e barato computacionalmente do que o da fusão centralizada [48]. Portanto, a definição da rede de fusão a ser utilizada em cada aplicação é feita mediante avaliação de qual se adapta melhor aos requisitos exigidos de qualidade e da capacidade da

infra-estrutura disponível em cada situação.

Nas redes de fusão descentralizada, como a mostrada na Figura 5.3(b), quando o processo ao qual as medidas são submetidas é a estimação de estados, este problema é chamado de *fusão de estimativas*, *fusão no nível de vetores de estados* ou “*track-to-track problem*” [46, 48, 53, 54]. Este conceito será amplamente explorado neste trabalho, e por isso será o foco das próximas seções.

## 5.4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA FUSÃO DE ESTIMATIVAS

Neste trabalho é de particular interesse a rede de fusão mostrada na Figura 5.3(b), também chamada de fusão de estimativas. Por este motivo, serão omitidos nesta seção os detalhes das outras arquiteturas das redes de fusão centralizada e híbrida, sendo que tais informações podem ser encontradas nas referências [45, 46, 48, 53].

Considere-se inicialmente o seguinte conjunto de estimativas:

$$\hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{N_S} \quad (5.1)$$

de um determinado vetor de estados  $\mathbf{x}$  de dimensão  $(n \times 1)$ , com a matriz de covariância cruzada dos erros de estimação definida por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \cdots & \mathbf{P}_{1N_S} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{P}_{N_S 1} & \cdots & \mathbf{P}_{N_S N_S} \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Se  $\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_i$  é o vetor dos erros de estimação associado à  $i$ -ésima estimativa de  $\hat{\mathbf{x}}$ , a submatriz  $\mathbf{P}_{ij}$  em (5.2), de dimensão  $(n \times n)$ , é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{ij} &= \text{cov}\{\tilde{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{x}}_j\} \\ &= E[(\hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}}_j - \mathbf{x})^T], \quad i, j = 1, \dots, N_S. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Para o caso particular em que  $i = j$ , a matriz de covariância  $\mathbf{P}_{ii}$  resultante é similar à apresentada na Equação (4.2).

A fusão das estimativas (5.1) pode ser formulada como uma combinação linear das mesmas. Se  $\hat{\mathbf{x}}^*$  é o vetor ótimo de estados estimados resultante desta combinação, tem-se [53, 55]:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{W}^T \hat{\mathbf{x}} \quad (5.4)$$

onde  $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{\mathbf{x}}_1^T, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{N_S}^T]^T$  e  $\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1^T, \dots, \mathbf{W}_{N_S}^T]^T$ . As matrizes de ponderação  $\mathbf{W}_i$ , de dimensão  $(n \times n)$ , são obtidas de acordo com o seguinte problema de otimização com restrição matricial de igualdade [53, 55, 56]:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}} \quad & E[(\mathbf{W}^T \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\mathbf{W}^T \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T] \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{A}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde  $\mathbf{A} = [I \ I \ \dots \ I]^T$  possui dimensão  $(nN_S \times n)$  e  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade  $(n \times n)$ . O critério utilizado no problema de otimização acima, que busca minimizar a covariância do erro  $(\hat{\mathbf{x}}^* - \mathbf{x})$ , é denominado de BLUE (*Best Linear Unbiased Estimation*), LMMSE (*Linear Minimum Mean Square Error*) ou LUMV (*Linear Unbiased Minimum Variance*) [53, 55].

Pode ser mostrado que, se  $\mathbf{P}$  for não-singular, o problema (5.5) possui uma única solução em  $\mathbf{W}$ , sendo que as submatrizes  $\mathbf{W}_i$  são obtidas da equação [55, 56]:

$$\mathbf{W}_i = \left( \sum_{k=1}^{N_S} \mathbf{P}_{ik}^{-1} \right) \left( \sum_{j,k=1}^{N_S} \mathbf{P}_{jk}^{-1} \right)^{-1} \quad (5.6)$$

É de especial interesse nesse trabalho a situação na qual são considerados dois sensores, ou seja, estão disponíveis apenas duas estimativas,  $\hat{\mathbf{x}}_1$  e  $\hat{\mathbf{x}}_2$ . Neste caso, com  $N_S = 2$  na Equação (5.4) tem-se:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{W}_1^T \hat{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{W}_2^T \hat{\mathbf{x}}_2, \quad (5.7)$$

sendo que as matrizes  $\mathbf{W}_1$  e  $\mathbf{W}_2$  são obtidas a partir de (5.6), resultando na seguinte equação:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}^* = & (\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21})(\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{21})^{-1} \hat{\mathbf{x}}_1 \\ & + (\mathbf{P}_{11} - \mathbf{P}_{12})(\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{21})^{-1} \hat{\mathbf{x}}_2, \end{aligned} \quad (5.8)$$

conhecida como fórmula de fusão de *Bar-Shalom-Campo* para a fusão de dados no caso particular de dois sensores [54].

Se for ainda considerado que as estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_1$  e  $\hat{\mathbf{x}}_2$  são não-correlacionadas, ou seja,  $\mathbf{P}_{ij} = \mathbf{P}_{ji} = \mathbf{0}$ , a fórmula de fusão (5.8) torna-se:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{P}_{22}(\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{22})^{-1} \hat{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{P}_{11}(\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{22})^{-1} \hat{\mathbf{x}}_2 \quad (5.9)$$

Até este ponto, o contexto da FDMS foi aplicado à combinação de informações obtidas a partir de sensores de uma forma geral. Na seção seguinte será mostrado como estes conceitos podem ser explorados para a concepção de uma metodologia capaz de gerar combinações ótimas de dados provenientes de sistemas SCADA e SMFS.

## 5.5 FUSÃO DE ESTIMATIVAS DOS ESTIMADORES EEMS E EEMF

A proposta de aplicar os conceitos da Fusão de Dados de Múltiplos Sensores à incorporação de medidas fasoriais na EESP baseia-se na utilização da estrutura de rede de fusão descentralizada mostrada na Figura 5.3(b), cuja formulação matemática foi apresentada na seção anterior.

Esta abordagem baseia-se na interpretação dos sistemas SCADA e SMFS como sensores de uma rede de fusão e, consequentemente, das medidas convencionais e fasoriais como observações destes sensores. Considerando que os vetores de medidas  $\mathbf{z}_S$  e  $\mathbf{z}_F$  são processados pelos estimadores EEMS e EEMF de forma a obter, respectivamente, os vetores de estados  $\hat{\mathbf{x}}_S$  e  $\hat{\mathbf{x}}_F$ , a Equação (5.9) pode ser reescrita da seguinte forma:

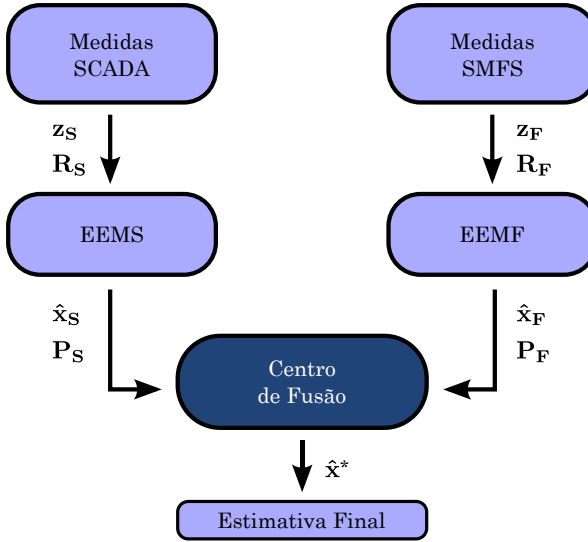
$$\hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{P}_F (\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_F)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_S + \mathbf{P}_S (\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_F)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_F \quad (5.10)$$

onde  $\mathbf{P}_S$  e  $\mathbf{P}_F$  são as matrizes de covariância associadas aos estados  $\hat{\mathbf{x}}_S$  e  $\hat{\mathbf{x}}_F$ , respectivamente. A matriz  $\mathbf{P}_S$  já foi anteriormente definida na Equação (4.2). De forma similar, considerando um estimador de mínimos quadrados ponderados, a matriz  $\mathbf{P}_F$  é dada pelo inverso da respectiva matriz de ganho, ou seja:

$$\mathbf{P}_F = (\mathbf{G}_F)^{-1} = (\mathbf{H}_F^t \mathbf{R}_F^{-1} \mathbf{H}_F)^{-1} \quad (5.11)$$

A abordagem proposta é ilustrada em detalhes na Figura 5.4. Como previamente mencionado, esta estratégia não requer grandes capacidades de processamento e transmissão de dados. Nota-se na figura que em nenhuma etapa são processadas ou transmitidas mais informações do que em um estimador de estados convencional. Além disso, pode-se perceber que a estrutura apresentada possui uma característica modular, o que permite que estimativas para os estados sejam obtidas mesmo quando apenas um dos estimadores encontra-se em operação.

De forma similar ao que ocorre com o estimador APSI do Capí-



**Figura 5.4** – Fusão de estimativas baseadas em medidas dos sistemas SCADA e de medição fasorial sincronizada.

tulo 4, é natural questionar se é necessário que o estimador EEMF seja observável para adotar a estratégia da Figura 5.4. A resposta é muito semelhante àquela dada anteriormente. O mesmo artifício de processar informações *a priori* adotado no Capítulo 4 pode ser utilizado para garantir a observabilidade do estimador EEMF. Para isso, pode-se recorrer à versão rápida das Rotações de Givens apresentada anteriormente. Ressalta-se que aqui não é necessário considerar os estados do estimador EEMS como informações *a priori*. De uma forma mais geral, os valores das informações *a priori* podem ser definidos a partir de informações aproximadas sobre os estados, como por exemplo, adotando-se o valor de  $1\angle 0^\circ$  para as tensões nodais. Adicionalmente, deve-se atribuir uma variância a estas informações que reflita a incerteza a elas associada. Na prática, tem-se verificado que uma variância aproximadamente dez ordens de grandeza acima da variância das medidas é suficiente. Com essa elevada variância, estas informações são como que filtradas no processo de fusão, conforme será mostrado na seção de resultados.

Quanto à formula de fusão (5.10), pode-se verificar que ao se combinar  $\hat{x}_S$  e  $\hat{x}_F$ , estas duas estimativas independentes são ponderadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_S^T &= \mathbf{P}_F (\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_F)^{-1} \\ \mathbf{W}_F^T &= \mathbf{P}_S (\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_F)^{-1}\end{aligned}\quad (5.12)$$

Observa-se que  $\mathbf{W}_S$  e  $\mathbf{W}_F$  são compostas por um termo comum,  $(\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_F)^{-1}$ , multiplicado por  $\mathbf{P}_F$  e  $\mathbf{P}_S$ , respectivamente. Assim, o que diferencia a ponderação atribuída às estimativas é que aquela produzida pelo módulo EEMS é ponderada pela matriz de covariância dos estados do estimador EEMF, sendo que o mesmo ocorre entre os estados de EEMF e a matriz de covariância dos estados do estimador EEMS. Isto faz com que a qualidade de uma estimativa esteja diretamente ligada à sua representação na combinação linear (5.10). Para exemplificar esta relação, considere-se que a estimativa  $\hat{\mathbf{x}}_S$  não é de boa qualidade, isto é, tenha sido estimada a partir de medidas de alta variância (embora não portadoras de erros grosseiros). Neste caso, a matriz  $\mathbf{P}_S$  associada à estas estimativas e, consequentemente, a matriz  $\mathbf{W}_F$ , apresentam valores elevados. Da relação:

$$\mathbf{P}_F (\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_F)^{-1} + \mathbf{P}_S (\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_F)^{-1} = \mathbf{I}, \quad (5.13)$$

representada sob a forma de restrição de igualdade no Problema (5.5), observa-se que esta situação corresponde a atribuir um peso maior ao vetor de estados  $\hat{\mathbf{x}}_F$  e menor ao vetor de estados  $\hat{\mathbf{x}}_S$ . Esta relação garante que estimativas de boa qualidade sejam privilegiadas na combinação linear, enquanto são preteridas as de menor qualidade.

## 5.6 ASPECTOS COMPUTACIONAIS

A fórmula de fusão de Bar-Shalom–Campo na forma apresentada na Equação (5.10) é amplamente utilizada na literatura nas aplicações de fusão com dois sensores, tendo sido por isso aqui utilizada para apresentar a fusão das estimativas produzidas pelos módulos EEMS e EEMF. Entretanto, esta forma não se mostra eficiente em termos de implementação computacional. A obtenção dos fatores de ponderação de acordo com a Equação (5.13) envolve um grande custo computacional em função do cálculo da matriz inversa  $(\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_F)^{-1}$ . Em função disso, este trabalho propõe que seja utilizada na implementação do algoritmo de fusão uma versão alternativa da equação (5.10). Esta forma decorre de uma diferente manipulação da expressão de  $\mathbf{W}_i$ , que será desenvolvida a seguir.

Considere-se a Equação (5.6) no contexto das duas estimativas

geradas pelos módulos EEMS e EEMF, supondo também que estas estimativas são não-correlacionadas ( $\mathbf{P}_{ij} = \mathbf{P}_{ji} = \mathbf{0}$ ). Expandindo a Equação (5.6) obtém-se os seguintes fatores de ponderação:

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_S &= \mathbf{P}_S^{-1} (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \\ \mathbf{W}_F &= \mathbf{P}_F^{-1} (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1}\end{aligned}\quad (5.14)$$

Uma vez que as matrizes  $\mathbf{P}_S$  e  $\mathbf{P}_F$  são simétricas [1],  $\mathbf{W}_S^T$  e  $\mathbf{W}_F^T$  são dadas por:

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_S^T &= \left( \mathbf{P}_S^{-1} (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \right)^T \\ &= (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-T} \mathbf{P}_S^{-T} \\ &= (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \mathbf{P}_S^{-1}\end{aligned}\quad (5.15)$$

e

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_F^T &= \left( \mathbf{P}_F^{-1} (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \right)^T \\ &= (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-T} \mathbf{P}_F^{-T} \\ &= (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \mathbf{P}_F^{-1},\end{aligned}\quad (5.16)$$

de forma que a Equação (5.10) se torna:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \mathbf{P}_S^{-1} \hat{\mathbf{x}}_S + (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \mathbf{P}_F^{-1} \hat{\mathbf{x}}_F \quad (5.17)$$

Ressalta-se que, sob a hipótese de que as matrizes  $\mathbf{P}_S$  e  $\mathbf{P}_F$  são não-singulares <sup>1</sup>, as Equações (5.10) e (5.17) são equivalentes, ou seja, resultam no mesmo vetor de estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}^*$ . Uma das formas de provar esta equivalência é mediante a comparação dos fatores de ponderação das estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_S$  e  $\hat{\mathbf{x}}_F$ . Por exemplo, a matriz  $\mathbf{W}_S^T$ , definida na Equação (5.15), pode ser reescrita de acordo com:

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_S^T &= (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \mathbf{P}_S^{-1} \\ &= (\mathbf{P}_S (\mathbf{P}_S^{-1} + \mathbf{P}_F^{-1}))^{-1} \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{P}_S \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \\ &= (\mathbf{P}_F \mathbf{P}_F^{-1} + \mathbf{P}_S \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \\ &= ((\mathbf{P}_F + \mathbf{P}_S) \mathbf{P}_F^{-1})^{-1} \\ &= \mathbf{P}_F (\mathbf{P}_F + \mathbf{P}_S),\end{aligned}\quad (5.18)$$

---

<sup>1</sup>Na prática, esta hipótese é assegurada pelo requisito de observabilidade da rede a partir das medidas do sistema SCADA, ou das medidas fasoriais (considerando, quando necessário, a presença de informações *a priori*).



que corresponde exatamente à forma como foi representada na Equação (5.12). O mesmo procedimento pode ser aplicado à matriz  $\mathbf{W}_F^T$ , comprovando a equivalência entre as Equações (5.16) e (5.12).

A representação da fórmula de fusão no formato (5.17) resulta em grandes vantagens do ponto de vista computacional. O fato de terem sido utilizadas as matrizes  $\mathbf{P}_S^{-1}$  e  $\mathbf{P}_F^{-1}$ , ao invés de  $\mathbf{P}_S$  e  $\mathbf{P}_F$ , pode parecer, inicialmente, uma desvantagem. Entretanto, conforme indicado pelas Equações (4.2) e (5.11), as matrizes de covariância são dadas pelo inverso das respectivas matrizes de ganho. Consequentemente, a Equação (5.17) pode ser reescrita como:

$$\hat{\mathbf{x}}^* = (\mathbf{G}_S + \mathbf{G}_F)^{-1} \mathbf{G}_S \hat{\mathbf{x}}_S + (\mathbf{G}_S + \mathbf{G}_F)^{-1} \mathbf{G}_F \hat{\mathbf{x}}_F. \quad (5.19)$$

Esta forma alternativa da equação de Bar-Shalom–Campo contorna a necessidade de obtenção das matrizes de covariância, e evita o cálculo das inversas das equações (4.2) e (5.11), o que resulta em grande economia de custo computacional e tempo de processamento. Adicionalmente, observa-se que o termo  $(\mathbf{G}_S + \mathbf{G}_F)$  é comum às duas parcelas da Equação (5.19), de modo que esta pode ser reescrita na forma do seguinte sistema linear:

$$(\mathbf{G}_S + \mathbf{G}_F) \hat{\mathbf{x}}^* = \mathbf{G}_S \hat{\mathbf{x}}_S + \mathbf{G}_F \hat{\mathbf{x}}_F. \quad (5.20)$$

Para resolver o Problema (5.20) existem vários métodos bem consolidados na literatura e que apresentam desempenho satisfatório e superior ao obtido com algoritmos de inversão de matrizes.

Portanto, a Equação (5.20) é preferível na implementação do algoritmo de fusão, uma vez que permite a obtenção de  $\hat{\mathbf{x}}^*$  com baixo custo computacional em função da eliminação do cálculo de inversas.

## 5.7 CONCLUSÃO

As ferramentas de Fusão de Dados com Múltiplos Sensores são muito empregadas nos ambientes onde um número significativo de sensores monitora um mesmo objeto ou processo, e há a necessidade de combinar as informações de todos os sensores para obter uma única descrição do que está sendo observado ou até mesmo subsidiar a tomada de decisões.

No contexto deste trabalho, foi proposto neste capítulo que os sistemas SCADA e de medição fasorial sincronizada sejam considerados como sensores em uma rede de fusão de dados. Com isso, uti-

lizando uma arquitetura denominada de rede distribuída, foi detalhado um método de estimação de estados onde as medidas convencionais e fasoriais são processadas por estimadores distintos gerando, cada um, seu próprio vetor de estados estimados. Estes resultados individuais são então combinados utilizando as ferramentas da fusão de dados com múltiplos sensores para obter uma estimativa ótima final.

Dentre as principais características do método de fusão de estimativas enfatizadas durante este capítulo, pode-se destacar a independência entre os estimadores que processam os conjuntos de medidas fasoriais e convencionais. O fato de o processamento das medidas ser feito em módulos individuais permite que sejam consideradas as características peculiares a cada sistema de monitoramento, como as diferentes taxas de amostragem e a qualidade dos medidores. Além disso, o método proposto compartilha também as qualidades atribuídas no capítulo anterior ao estimador APSI, como o fato de não exigir alterações nos estimadores atuais e a possibilidade de aproveitá-los integralmente.

## 6 RESULTADOS E SIMULAÇÕES

### 6.1 INTRODUÇÃO

Com o objetivo de avaliar o desempenho das estratégias propostas nessa dissertação, foram realizadas uma série de simulações, cujos resultados e avaliações mais relevantes são mostrados neste capítulo. Os casos que são apresentados buscam ilustrar as principais características dos estimadores desenvolvidos ao longo do trabalho, assim como reproduzir algumas situações práticas de interesse, como por exemplo a ocorrência de problemas de observabilidade e a presença de medidas espúrias.

Na Seção 6.2 são feitas algumas considerações preliminares a respeito da metodologia utilizada nas simulações e as formas de avaliação do desempenho dos estimadores. Na sequência, nas Seções 6.3, 6.4 e 6.5 são apresentados os resultados obtidos para os sistemas-teste IEEE 14, 57 e 118 barras, juntamente como as considerações e análises pertinentes.

### 6.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS SIMULAÇÕES

Para reproduzir um ambiente de estimação de estados, as medidas foram geradas a partir dos resultados de um programa de fluxo de potência, às quais foram adicionados ruídos para simular os erros de medição. Estes ruídos foram gerados a partir de números aleatórios com distribuição normal, média zero e variância associada à precisão de cada medida.

A precisão considerada para as medidas é de 1% para as oriundas do sistema SCADA e de 0,1% para as fasoriais. Quando da necessidade de utilização de informações *a priori* para garantir a observabilidade do plano de medição, a precisão a elas atribuída é várias ordens de grandeza superior à das medidas.

Quatro estimadores distintos são considerados nas análises deste capítulo, a saber: um estimador SCADA convencional, referido por EEMS; um estimador baseado apenas no processamento de medidas fasoriais, referido como EEMF; o estimador APSI, descrito no Capítulo 4, e o estimador baseado no método de FUSÃO mostrado no capítulo 5.

Para avaliar o desempenho das abordagens propostas, foram observados três indicadores: média e desvio-padrão dos erros de estima-

**Tabela 6.1** – Tipos de medidas utilizadas

<b>Sistema SCADA</b>	
Símbolo	Quantidade Medida
$ V_i $	Módulo de tensão na barra $i$
$P_i$	Injeção nodal de potência ativa na barra $i$
$Q_i$	Injeção de potência reativa na barra $i$
$t_{ij}$	Fluxo de potência ativa no ramo $i - j$
$u_{ij}$	Fluxo de potência reativa no ramo $i - j$
$ I_{ij} $	Módulo de corrente no ramo $i - j$
<b>Sistema de MFS</b>	
Símbolo	Quantidade Medida
$\dot{V}_i$	Tensão complexa na barra $i$
$\dot{I}_{ij}$	Corrente complexa no ramo $i - j$

ção associados a módulo e ângulo das tensões nodais, além da seguinte métrica de tensão [57]:

$$Macc_v = \|\dot{V}^{erro}\|_2 = \left( \sum_j |\dot{V}_j^{verd} - \dot{V}_j^{est}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1)$$

onde  $\dot{V}_j^{verd}$  e  $\dot{V}_j^{est}$  são os fasores das tensões nodais “verdadeiras” e estimadas na  $j$ -ésima barra, respectivamente.

Para cada caso que será mostrado foram executadas um total de 100 simulações, sendo que em cada uma delas é utilizado um valor distinto de semente para gerar os números aleatórios usados na simulação dos ruídos de medição. Os índices de desempenho a serem apresentados baseiam-se nas médias dos valores obtidos nas 100 simulações.

Em relação aos planos de medição utilizados, são considerados os tipos de medidas indicados na Tabela 6.1. Para diferenciar a simbologia adotada para as medidas de tensão e para as variáveis de estado, estas últimas são referidas por  $x_{V_i}$  e  $x_{\delta_i}$ , representando os estados associados ao módulo e ângulo da tensão na barra  $i$ , respectivamente.

A respeito das ferramentas utilizadas, os algoritmos dos módulos EEMS e EEMF-AP foram desenvolvidos baseados na versão rápida das rotações de Givens (ver Seção 2.3.5). Nas simulações que envolvem o estimador baseado na fusão de estimativas, em duas situações são utilizados planos de medição não-observáveis com respeito às medidas

fasoriais. Para estes casos, optou-se pela utilização de informações *a priori* com o valor de  $1\angle 0^\circ$  para *todas* as tensões nodais (e não apenas para os estados não-observáveis). A essas informações é associada elevada variância, de forma que a ponderação atribuída a elas no métodos dos MQP seja muito menor em relação ao conjunto de medidas.

Os algoritmos utilizados nestes testes foram desenvolvidos em linguagem FORTRAN, e executados em um computador com processador Intel Core2 Duo 2.9 GHz e memória RAM de 4.0 GB. Adicionalmente, foram utilizadas subrotinas da biblioteca *Intel<sup>®</sup> Math Kernel Library*, em especial as ferramentas relacionadas a esparsidade e a geração de números aleatórios.

### 6.3 SISTEMA TESTE IEEE 14 BARRAS

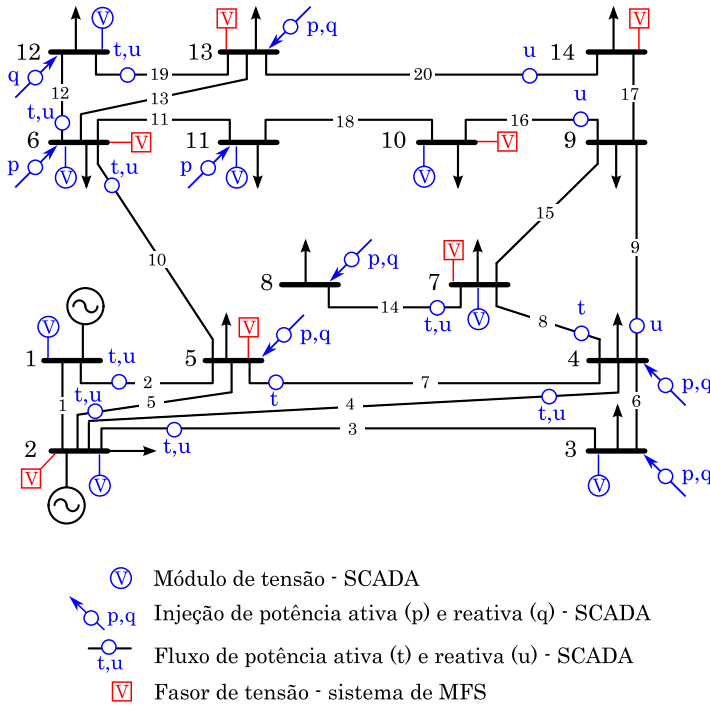
Os resultados que serão mostradas nesta seção foram obtidos com o sistema teste IEEE 14 barras, cujo diagrama unifilar é mostrado na Figura 6.1, sendo que os dados da rede elétrica são apresentados no Apêndice A. As medidas indicadas na Figura 6.1 constituem o plano de medição base para as simulações com este sistema. Por conveniência, não são consideradas medidas de corrente (convencionais ou fasoriais) nesta seção, a fim de simplificar as análises que seguem, em especial no que tange à análise de observabilidade e criticidade de medidas.

Observa-se que se forem consideradas apenas as medidas fasoriais indicadas na Figura 6.1, não é garantida a observabilidade do sistema. Como todas as medidas fasoriais são de tensão, os estados não-observáveis são justamente aqueles cujas barras não são contempladas com medidas, ou seja,  $x_{V1}$ ,  $x_{V3}$ ,  $x_{V4}$ ,  $x_{V8}$ ,  $x_{V9}$ ,  $x_{V11}$ ,  $x_{V12}$ ,  $x_{\delta3}$ ,  $x_{\delta4}$ ,  $x_{\delta8}$ ,  $x_{\delta9}$ ,  $x_{\delta11}$  e  $x_{\delta12}$ .

#### 6.3.1 Caso A - Rede observável apenas com medidas fasoriais

Nesta primeira simulação o plano de medição base da Figura 6.1 é alterado de modo que tanto as medidas do sistema SCADA quanto as SMFS garantem a observabilidade da rede elétrica: foram consideradas as medidas SCADA indicadas na Figura 6.1 e medidas fasoriais de tensão em todas as barras. Embora esta situação não reflita a realidade atual da inclusão de PMUs nos sistemas elétricos, entende-se que é importante investigar seu impacto no desempenho dos estimadores.

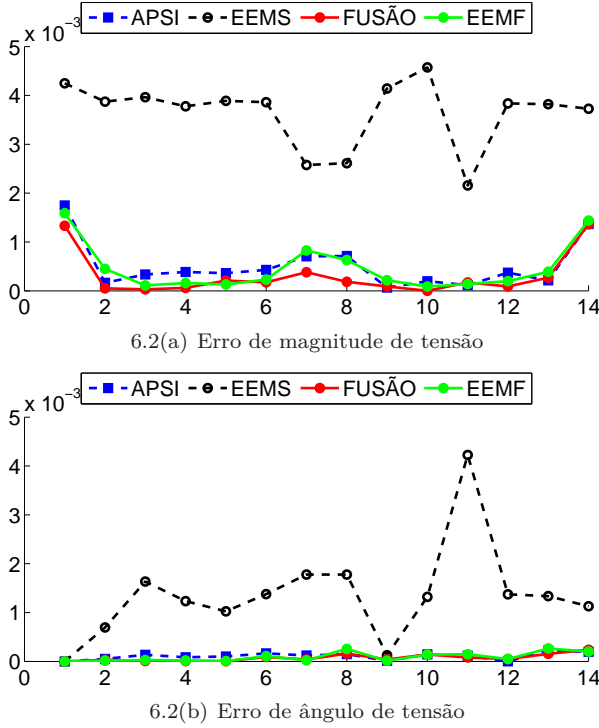
A partir dos estados estimados é calculado o erro de estima-



**Figura 6.1** – Sistema teste IEEE 14 barras e medidas utilizadas.

ção em relação aos valores reais obtidos do fluxo de potência. Nas Figuras 6.2(a) e 6.2(b) são mostrados os erros calculados para uma das simulações da série de 100 executadas, escolhida arbitrariamente com o propósito de ilustrar os erros de ângulo e magnitude das tensões nodais fornecidas pelos diversos estimadores. Como era esperado, dada a diferença de qualidade das medidas utilizadas, verifica-se que os erros associados às medidas do sistema SCADA são maiores quando comparados aos do SMFS. Quanto ao desempenho das duas estratégias propostas neste trabalho, nota-se que apresentam um resultado que pode ser considerado muito bom, já que tanto o estimador APSI como o FUSÃO exibem boa aderência às medidas fasoriais, além de também se beneficiarem, em maior ou menor escala, da disponibilidade das medidas convencionais. Salienta-se que os erros do estimador FUSÃO são ainda menores do que os do estimador APSI e, para praticamente todos os estados, menores também que os do estimador EEMF.

Os bons resultados indicados pela análise dos erros de estima-



**Figura 6.2** – Erros de Estimação. Sistema IEEE 14-barras, caso A.

ção são confirmados pelos indicadores médios calculados sobre os 100 casos, mostrados na Tabela 6.2. Verifica-se, através da métrica de tensão, que o estimador FUSÃO apresentou um desempenho da ordem de 30% superior aos outros. Já os índices obtidos com o estimador APSI foram aproximadamente iguais ao do estimador EEMF. Embora aparentemente estes resultados não justifiquem a utilização do estimador APSI, deve-se levar em conta que esta é uma situação muito particular, na qual considera-se que todas as barras são monitoradas por PMUs. Serão mostradas nas próximas seções situações em que claramente há um ganho significativo na utilização deste estimador. Considerações adicionais sobre estes resultados são feitas na Subseção 6.3.4, onde investiga-se também os motivos que levam a esta diferença de desempenho entre os estimadores APSI e FUSÃO.

**Tabela 6.2** – Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 14-barras, caso A.

	Métrica de Tensão	Média do Erro		Desvio Padrão do Erro	
		$ V $	$\delta$	$ V $	$\delta$
EEMS	1.1203e-002	2.2254e-003	1.3615e-003	8.0087e-004	1.0210e-003
EEMF	2.1937e-003	4.1950e-004	6.5478e-005	4.1253e-004	5.6828e-005
APSI	2.2489e-003	4.2374e-004	7.9852e-005	4.2563e-004	6.4689e-005
FUSÃO	1.6384e-003	2.9536e-004	6.1816e-005	3.2118e-004	5.3259e-005

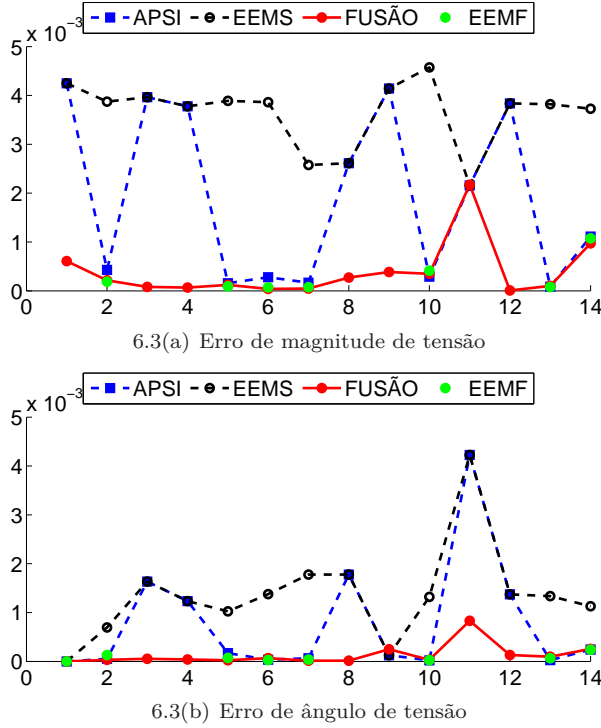
### 6.3.2 Caso B - Rede não-observável com respeito às medidas fasoriais

O caso estudado nesta seção ilustra a situação na qual a rede elétrica é observável com medidas do sistema SCADA, mas não é observável com medidas fasoriais, sendo portanto indispensável a utilização de informações *a priori* para processar as medidas fasoriais na estratégia de fusão de estimativas. As medidas fasoriais e convencionais consideradas são aquelas indicadas na Figura 6.1.

Os erros de estimação obtidos para o Caso B são mostrados nas Figuras 6.3(a) e 6.3(b). Em função das magnitudes elevadas dos erros de estimação registrados para os estados não-observáveis no estimador EEMF, optou-se por omiti-los nessas figuras. Observa-se que, para estes estados não-observáveis, os erros do estimador APSI são iguais aos do estimador EEMS. Isto equivale a dizer que as estimativas fornecidas por estes estimadores são exatamente as mesmas. Este resultado reproduz o fato de que, para os estados não-observáveis com respeito às medidas fasoriais, não estão disponíveis outras informações a não ser aquelas contidas nas medidas do sistema SCADA. Por outro lado, é interessante observar que, embora esta afirmação também seja válida para o estimador FUSÃO, este não apresenta o mesmo comportamento, gerando erros de estimação significativamente menores do que os obtidos com o estimador EEMS.

Na Tabela 6.3 são mostrados os índices de desempenho obtidos para o Caso B, onde se verifica que o resultado do estimador EEMF é fortemente deteriorado pela não-observabilidade de alguns estados e da consequente inclusão de informações *a priori* de baixa qualidade. Entretanto, é interessante observar que as estratégias APSI e FUSÃO são capazes de aproveitar as informações dos estados observáveis oriundas do SMFS para gerar resultados de qualidade superior às produzidas pelos dois conjuntos de estimativas independentes. Destaca-se de





**Figura 6.3** – Erros de Estimação. Sistema IEEE 14-barras, caso B.  
Omitidos os erros dos estados não-observáveis com medidas fasoriais.

maneira especial a importância da atribuição de elevada variância às informações *a priori* no módulo EEMF-AP do estimador FUSÃO. A definição apropriada deste valor garante que as estimativas dos estados não-observáveis em  $\hat{\mathbf{x}}_F$  (que apresentam elevados erros de estimação) sejam preteridas na fusão das estimativas  $\hat{\mathbf{x}}_S$  e  $\hat{\mathbf{x}}_F$ .

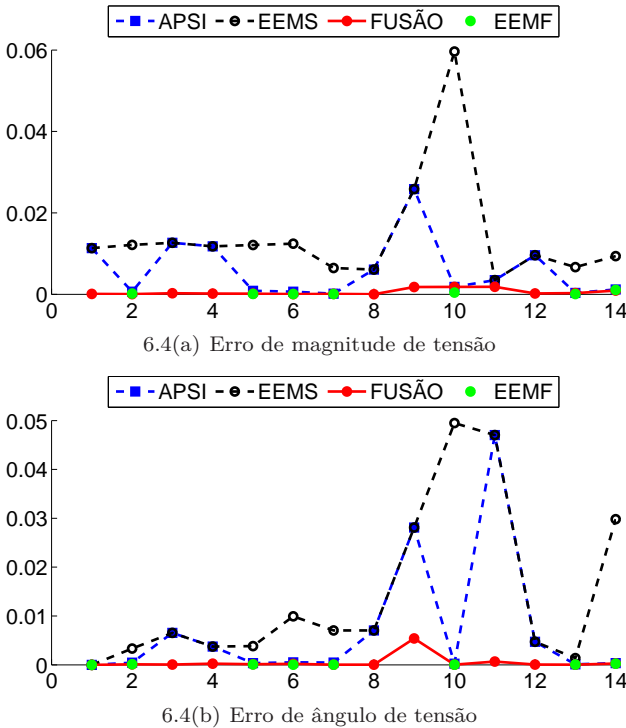
**Tabela 6.3** – Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 14-barras, caso B

	Métrica de Tensão	Média do Erro $ V $	Média do Erro $\delta$	Desvio Padrão do Erro $ V $	Desvio Padrão do Erro $\delta$
EEMS	1.2369e-002	2.5265e-003	1.4806e-003	8.6859e-004	1.0573e-003
EEMF	6.0552e-001	1.0678e-002	1.0370e-001	2.0614e-002	1.2628e-001
APSI	9.2511e-003	1.4415e-003	8.2363e-004	1.4021e-003	1.1743e-003
FUSÃO	3.9788e-003	4.6620e-004	2.4734e-004	7.9437e-004	4.7718e-004

### 6.3.3 Caso C - Medidas Portadoras de Erro Grosseiro

Uma outra situação explorada neste capítulo é a presença de Erro Grosseiro (EG) em medidas do sistema SCADA. Em condições normalmente observadas na prática estas medidas seriam detectadas, identificadas e eliminadas pelos procedimentos de filtragem de dados espúrios do estimador de estados. Entretanto, supõe-se aqui que isso não ocorre pelo fato de as medidas errôneas serem críticas, e portanto não detectáveis. Como no caso B, considera-se que o sistema não é observável apenas com medidas fasoriais.

Considere-se, então, que a medida  $|V_{10}|$ , oriunda do sistema SCADA, esteja contaminada com um erro grosseiro de magnitude 10 desvios-padrão. Os erros de estimação calculados para este caso são mostrados nas Figuras 6.4(a) e 6.4(b). Conforme o esperado, é veri-



**Figura 6.4** – Erros de Estimação. Sistema IEEE 14-barras, caso C.

**Tabela 6.4** – Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 14-barras, caso C

	Métrica de Tensão	Média do Erro		Desvio Padrão do Erro	
		$ V $	$\delta$	$ V $	$\delta$
EEMS	1.1164e-001	1.5062e-002	1.4435e-002	1.4031e-002	1.6964e-002
EEMF	6.0552e-001	1.0679e-002	1.0370e-001	2.0614e-002	1.2628e-001
APSI	6.8302e-002	6.6751e-003	7.1975e-003	7.7908e-003	1.3914e-002
FUSÃO	7.3014e-003	6.2663e-004	6.0433e-004	9.3995e-004	1.5025e-003

ficado um elevado erro de estimação associado ao estado  $x_{V10}$ , exatamente onde o erro grosseiro foi simulado. Também foram registrados efeitos consideráveis deste EG nos estados  $x_{\delta10}$  e  $x_{\delta11}$  em decorrência do espalhamento do erro, o que sugere que para este sistema não pode ser desconsiderado o acoplamento dos subproblemas P- $\delta$  e Q-V.

Este caso demonstra claramente uma capacidade que os estimadores APSI e FUSÃO possuem de “selecionar” as melhores informações a respeito de cada estado, neste caso, a medida fasorial  $\dot{V}_{10}$ . Certamente os erros de estimação das duas estratégias seriam maiores na ausência desta medida. Isto fica claro na Figura 6.4(b) ao se observar o erro calculado para a estimativa do estado  $x_{\delta11}$ . Afetado pelo EG, o valor estimado com o módulo EEMS é reproduzido pelo estimador APSI, já que não há medida fasorial correspondente a este estado. Por outro lado, verifica-se que o estimador FUSÃO não é prejudicado da mesma forma, fato que será investigado com detalhes na Subseção 6.3.4. Apesar desta fragilidade pontual, o desempenho do estimador APSI ainda é significativamente melhor que os resultados dos módulos EEMS e EEMF, conforme é indicado na Tabela 6.4.

### 6.3.4 Pontos Notáveis sobre os Desempenho dos Estimadores Propostos

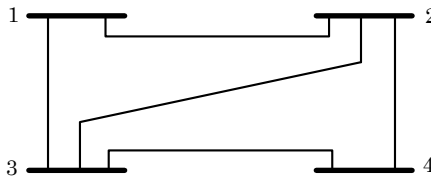
Alguns pontos observados nas simulações merecem especial atenção e serão abordados nesta seção. Ressalta-se primeiramente a diferença entre os estimadores APSI e FUSÃO verificada na discussão do Caso A, na Subseção 6.3.1. Pode-se argumentar que, uma vez que as duas estratégias processam as mesmas medidas, deveriam apresentar os mesmos resultados. Entretanto, deve-se levar em conta que há na modelagem da estratégia APSI uma aproximação que não pode ser negligenciada. Trata-se da consideração apenas da diagonal principal da matriz de covariância  $\mathbf{P}_S$  como variância associada às informações  $a$

*priori*  $\hat{\bar{x}} = \hat{\mathbf{x}}_S$ . Portanto, desprezam-se as informações contidas nos elementos fora da diagonal, o que certamente gera aproximações adicionais nos resultados do estimador APSI.

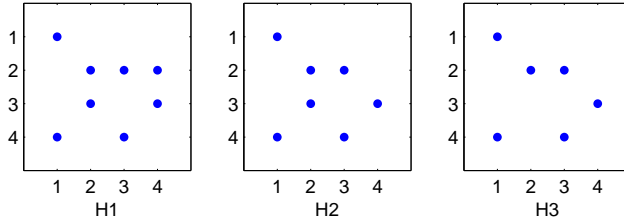
Para comprovar que esta seria a razão para os dois estimadores fornecerem resultados distintos, foi implementada a simplificação  $\mathbf{P}'_S = \text{diag}(\mathbf{P}_S)$  também na estratégia de fusão de estimativas, proporcionando assim as mesmas condições de variância para as duas abordagens. Este teste apontou resultados exatamente iguais para os estimadores APSI e FUSÃO, o que confirma que, de fato, a aproximação supracitada é responsável pela discrepância de resultados dos dois estimadores. Esta diferença fica ainda mais evidente nos casos onde a rede não é completamente observável com medidas fasoriais. Verifica-se, nas Figuras 6.3(a) e 6.3(b), que para o estimador APSI os erros de estimação (e consequentemente os estados) das barras não-observáveis são iguais aos do estimador EEMS, enquanto que isso não ocorre com o estimador FUSÃO. Este fato está intimamente ligado ao que foi comentado no parágrafo anterior.

Para investigar melhor esta situação considere-se o modelo linearizado da rede elétrica indicada na Figura 6.5. Adicionalmente, suponha-se que estão disponíveis três opções de planos de medição, todos com quatro medidas, simbolizadas por  $z_1, \dots, z_4$ . As matrizes Jacobianas correspondentes a estes planos de medição são denotadas, respectivamente, por H1, H2 e H3. Considere-se que seus elementos não nulos, e os das respectivas matrizes de covariância, sejam os indicados nas Figuras 6.6(a) e 6.6(b), respectivamente. Na Figura 6.6(a) são representadas todas as barras da rede nas matrizes Jacobianas, inclusive a correspondente à barra de referência angular.

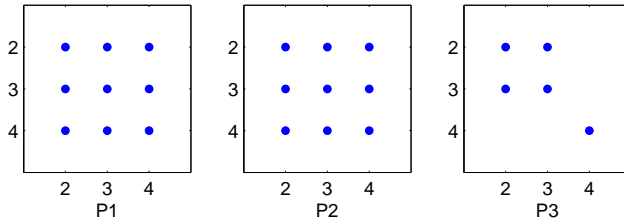
Neste contexto, observa-se que os três planos de medição são observáveis e que em H2 e H3 a medida  $z_3$  é crítica, pois apenas ela contém informações sobre o estado 4. Devido à forma como é representada na matriz Jacobiana, conclui-se que esta medida pode ser de fluxo ou injeção de potência em H2, enquanto que em H3 certamente é uma medida de tensão. Comparando a estrutura das matrizes P2 e P3,



**Figura 6.5** – Exemplo de rede elétrica de 4 barras.



6.6(a) Matrizes Jacobiana



6.6(b) Matrizes de Covariância dos Erros de Estimção

**Figura 6.6** – Exemplo: elementos não nulos das matrizes Jacobiana e de covariância.

percebe-se que quando  $z_3$  é uma medida de fluxo ou injeção de potência, é gerada uma correlação entre os erros de estimação do estado 4 e os erros dos estados 2 e 3, diferentemente do que ocorre quando  $z_3$  é uma medida de tensão. Isto significa que, para o plano de medição H2, mesmo havendo apenas uma medida associada ao estado 4, o erro de estimação deste estado (e, consequentemente, o valor estimado) é influenciado pelos erros de estimação dos estados 2 e 3. Logo, se as estimativas para os estados 2 e 3 forem de boa qualidade, o mesmo poderá ocorrer para o estado 4, dependendo do nível de correlação entre eles. Por outro lado, quando  $z_3$  é uma medida de tensão, a qualidade da estimativa do estado 4 passa a depender apenas da própria medida  $z_3$ .

Por fim, esta interpretação pode ser empregada para justificar porque as estimativas da abordagem APSI são tão aderentes às do estimador EEMS, enquanto os resultados do estimador FUSÃO não o são. Ao desconsiderar os elementos fora da diagonal de  $\mathbf{P}_S$  na estratégia APSI, as informações *a priori* passam a ter o mesmo efeito da medida crítica de tensão do plano de medição H3, da Figura 6.6(a), de modo que cada elemento  $\bar{x}_i = \hat{x}_i$  afeta apenas o próprio estado  $x_i$ . Por outro lado, o estimador FUSÃO processa a matriz  $\mathbf{P}_S$  integralmente, levando

em conta a correlação entre os erros de estimação associados ao vetor  $\hat{\mathbf{x}}_S$ . Assim, mesmo quando um determinado estado  $x_i$  não é monitorado por medidas fasoriais, pode ainda ser beneficiado pela qualidade de tais medidas, desde que seu erro de estimação seja correlacionado ao de outro estado  $x_j$  monitorado por uma medida fasorial.

#### 6.4 SISTEMA-TESTE IEEE 57 BARRAS

Além do sistema de 14 barras utilizado nas discussões da seção anterior, foram realizados alguns testes também com sistemas maiores. Nesta seção são apresentados os resultados obtidos em testes com o sistema IEEE 57 Barras. No Apêndice B são dispostos os dados deste sistemas, cujo diagrama elétrico é mostrado na Figura 6.7.

Na Tabela 6.5 é indicado o número de medidas alocadas neste sistema, sendo que a localização destas medidas é mostrada no Apêndice B. Deve-se enfatizar que o plano de medição contendo apenas medidas fasoriais não garante a observabilidade da rede, sendo indispensável a utilização de informações *a priori* no módulo EEMF. Adicionalmente, observa-se que as medidas de injeção de potência nodal, fluxo e corrente nos ramos foram alocadas aos pares ativo e reativo.

Os indicadores de desempenho obtidos para o sistema IEEE 57 barras são mostrados na Tabela 6.6. Nestas simulações os estimadores FUSÃO e APSI novamente reproduziram os bons resultados apresentados para o sistema de 14 barras. Foi registrada uma redução da métrica de tensão em relação ao estimador convencional de aproximadamente

**Tabela 6.5** – Número de medidas utilizadas. Sistema IEEE 57 Barras.

Medida	Estimador	
	EEMS	EEMF
$ V_i $	36	0
$P$	39	0
$Q$	39	0
$t_{ij}$	54	0
$u_{ij}$	54	0
$ I_{ij} $	40	0
$\dot{V}_i$	0	30
$\dot{I}_{ij}$	0	21
Redundância( $\rho$ )	2.32	0.45

Tabela 6.6 – Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 57-barras.

	Métrica de Tensão	Média do Erro		Desvio Padrão do Erro	
		$ V $	$\delta$	$ V $	$\delta$
EEMS	4.9146e-003	5.0359e-004	2.2727e-004	2.7482e-004	1.6808e-004
EEMF	9.4954e-001	2.2330e-002	5.6984e-002	4.7502e-002	1.0929e-001
APSI	3.3367e-003	3.1311e-004	1.1712e-004	2.6232e-004	1.3071e-004
FUSÃO	1.4024e-003	1.2410e-004	4.8823e-005	1.2196e-004	4.4303e-005

32% com o estimador APSI e 71% com o estimador FUSÃO.

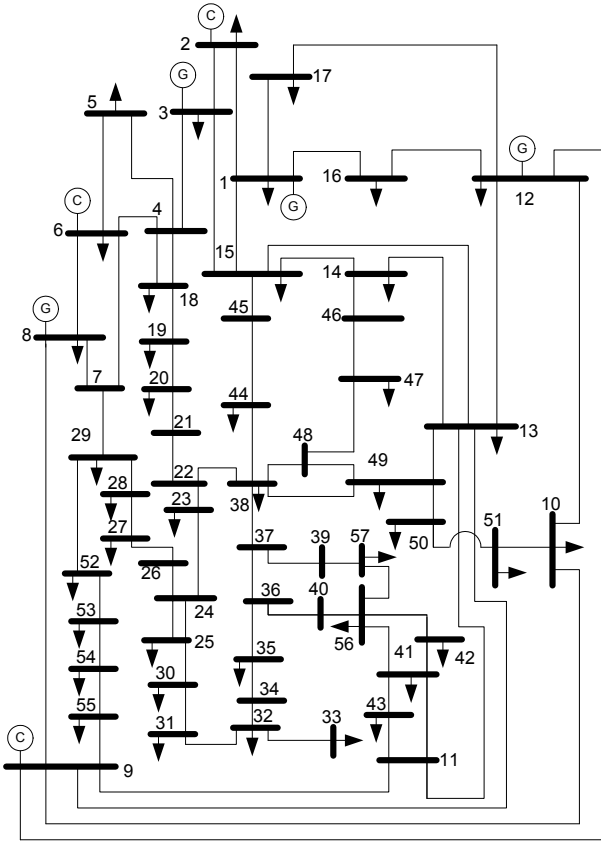


Figura 6.7 – Sistema teste IEEE 57 barras.

## 6.5 SISTEMA-TESTE IEEE 118 BARRAS

Um terceiro sistema utilizado nas simulações deste capítulo é o IEEE 118 barras. As simulações desta seção visam melhorar a representatividade dos resultados fornecidos pelas estratégias propostas face a problemas de maior dimensão. Os dados da rede elétrica que será utilizada são apresentados no Apêndice C, juntamente com a descrição do plano de medição adotado, cujo número de medidas é indicado na Tabela 6.7.

A exemplo do que foi adotado na seção anterior, o plano de medição composto apenas por medidas fasoriais não assegura a observabilidade da rede e, portanto, foram utilizadas informações *a priori* com o valor de  $1\angle 0^\circ$  para todas as tensões nodais.

A Tabela 6.8 apresenta os indicadores de desempenho médios calculados sobre os 100 casos simulados. Observa-se que os estimadores APSI e FUSÃO mantêm os bons resultados registrados para as redes de menor porte. Comprovando este desempenho, observa-se uma

**Tabela 6.7** – Número de medidas utilizadas. Sistemas IEEE 118 Barras.

Medida	Estimador	
	EEMS	EEMF
$ V_i $	67	0
$P$	72	0
$Q$	72	0
$t_{ij}$	116	0
$u_{ij}$	116	0
$ I_{ij} $	45	0
$\dot{V}_i$	0	64
$\dot{I}_{ij}$	0	65
Redundância( $\rho$ )	2.08	0.55

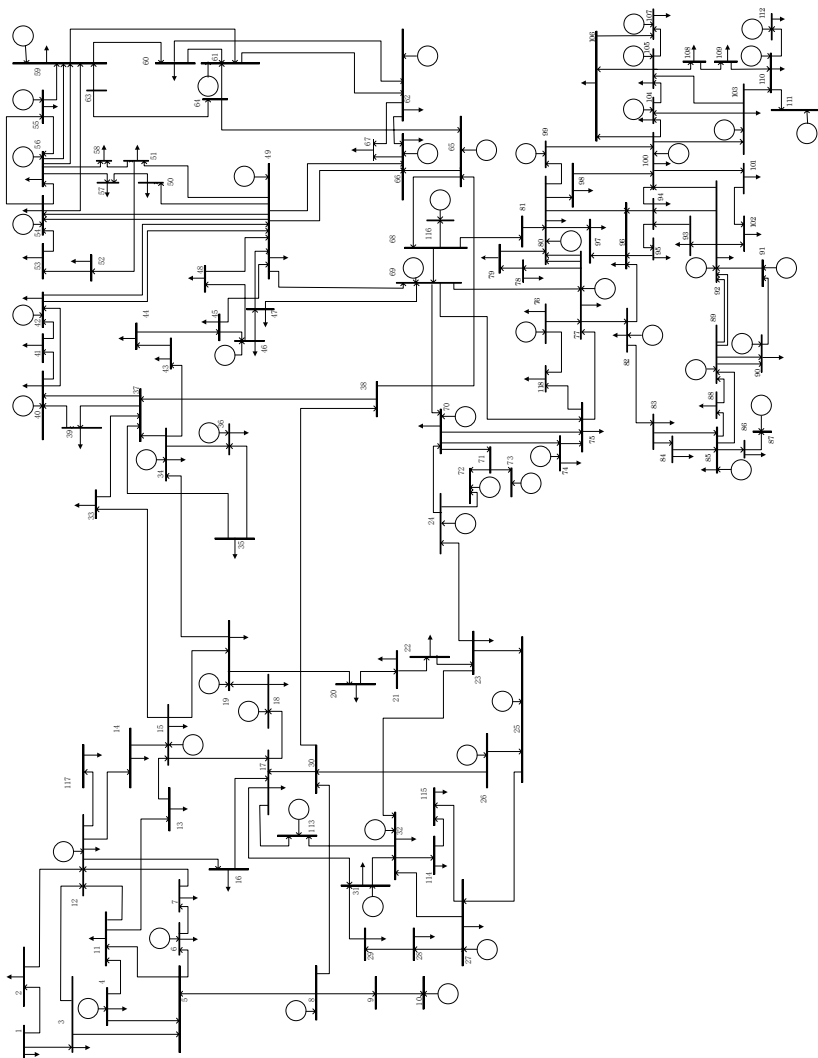
**Tabela 6.8** – Indicadores de desempenho. Sistema IEEE 118-barras.

	Métrica de Tensão	Média do Erro		Desvio Padrão do Erro	
		$ V $	$\delta$	$ V $	$\delta$
EEMS	7.1457e-003	3.4307e-004	4.4379e-004	1.3858e-004	2.6997e-004
EEMF	1.0399e+000	5.0129e-003	3.6275e-002	1.1629e-002	9.0076e-002
APSI	4.2866e-003	2.3339e-004	1.9785e-004	1.4692e-004	1.8722e-004
FUSÃO	1.4261e-003	8.0162e-005	5.0008e-005	7.5501e-005	5.0295e-005



redução de 40% e de 71% na métrica dos estimadores APSI e FUSÃO, respectivamente, quando comparados ao estimador EEMS.

Pode-se notar que o estimador APSI demonstrou, embora com pouca expressividade, uma sensibilidade à dimensão da rede elétrica, certamente ligada à não consideração dos elementos fora da diagonal



**Figura 6.8** – Sistema teste IEEE 118 barras.

principal da matriz de covariâncias  $\mathbf{P}_S$ . Entretanto, este estimador continua a se apresentar competitivo se observado o ganho de qualidade em relação ao estimador EEMS, conforme demonstrado pelos indicadores de desempenho.

## 6.6 CONCLUSÕES

Este capítulo apresenta os resultados de simulações realizadas com os estimadores propostos nos Capítulos 4 e 5, aplicados a três sistemas-teste. Foram investigados os ganhos qualitativos e quantitativos proporcionados pela estratégia APSI e pela abordagem baseada na fusão de estimativas (FUSÃO), sendo a avaliação feita com o auxílio de índices apropriadamente definidos. Considera-se em todos os casos um número de medidas convencionais (SCADA) capaz de garantir tanto a observabilidade da rede elétrica, quanto uma boa qualidade para os resultados da estimação. No que diz respeito às medidas fasoriais, foram analisados tanto casos com medidas suficientes para garantir a observabilidade, como outros em que esta restrição foi relaxada. Para estes últimos, foi adotado o artifício da utilização de informações *a priori*. Além disso, são avaliados também os desempenhos desses estimadores na ocorrência de erros grosseiros contaminando as medidas do sistema SCADA. Para todas estas situações, os resultados indicaram desempenho satisfatório dos estimadores FUSÃO e APSI, tendo sido sempre registrado significativo aumento de qualidade em relação aos resultados do estimador convencional.

Finalmente, deve-se ressaltar que neste trabalho não foi utilizado nenhum método para alocação ótima (em algum sentido específico) de medidas fasoriais. Ao invés disso, buscou-se distribuí-las de forma a garantir uma cobertura uniforme da rede elétrica. Para os sistemas de 57 e 118 barras, nos quais há um grande número de configurações possíveis para instalação de PMUs, certamente a adoção de métodos apropriados de alocação de medidas poderia proporcionar resultados ainda melhores em relação aos que foram aqui apresentados. Com tais métodos, poderiam ser evitados problemas onde algumas regiões da rede possuem um plano de medição deficiente em relação ao número e à qualidade das medidas, enquanto algumas outras podem ser privilegiadas neste sentido.

## 7 CONCLUSÃO

### 7.1 RECAPITULAÇÃO DAS PROPOSTAS E CONTRIBUIÇÕES DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho tem por finalidade propor dois métodos para incorporar medidas fasoriais na estimação de estados em sistemas de energia elétrica. O desenvolvimento desta pesquisa ocorre em um momento em que a tecnologia de medição fasorial sincronizada atinge a sua maturidade, e as perspectivas de sua aplicação a grandes redes elétricas tornam-se concretas. Face a este cenário, a pesquisa desenvolvida nesta dissertação busca evidenciar a necessidade de serem concebidos métodos de estimação que promovam a incorporação dos dois conjuntos de medidas disponíveis para monitoração em tempo real de sistemas de potência: as provenientes de sistemas SCADA e as oriundas de sistemas de medição fasorial sincronizada. São destacadas como características importantes destes estimadores a relaxação do requisito de observabilidade da rede apenas com medidas fasoriais, e a preservação das estruturas de estimação existentes, bem como as de supervisão e controle ligadas ao sistema SCADA.

Ao longo dos três primeiros capítulos dessa dissertação são apresentados os aspectos fundamentais relacionados ao sistemas de medição fasorial sincronizada, à estimação de estados e às técnicas para combinar estes dois elementos. Com relação ao problema de estimação de estados, são introduzidos inicialmente os conceitos básicos, a modelagem matemática e duas abordagens para resolvê-lo: o método da equação normal e o método ortogonal baseado nas rotações de Givens, o qual é apresentado também em sua versão rápida sem raízes quadradas. É investigado, ainda, o efeito da consideração de informações *a priori* e como podem ser modeladas na estimação de estados.

No Capítulo 4 é descrita a estratégia denominada APSI, que consiste em considerar os resultados de um estimador convencional sob a forma de informações *a priori* em um segundo estimador baseado apenas em medidas fasoriais. Esta abordagem tira proveito da capacidade dos estimadores baseados na versão rápida das rotações de Givens de processar informações *a priori* a um custo computacional adicional virtualmente zero.

O segundo método proposto neste trabalho, cujos detalhes são apresentados no Capítulo 5, é fundamentado sobre a base consolidada da Fusão de Dados com Múltiplos Sensores. O estimador baseado na

fusão de estimativas combina vetores de estados estimados resultantes do processamento individual de conjuntos independentes de medidas convencionais e fasoriais.

## 7.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desempenho dos métodos propostos nessa dissertação é avaliado no Capítulo 6, com base em resultados de simulações realizadas considerando diferentes situações e sistemas-teste.

Os resultados registrados nos testes com o sistema IEEE 14-barras indicam um ganho significativo ao incluir as medidas fasoriais através dos métodos propostos nessa dissertação. Nas Seções 6.3.1, 6.3.2 e 6.3.3 é analisado o desempenho dos estimadores propostos em algumas situações particulares. No caso no qual é assegurada a observabilidade da rede elétrica tanto a partir do conjunto de medidas do sistema SCADA como do sistema de medição fasorial sincronizada, são observados ganhos quantitativos menos expressivos do que os benefícios qualitativos propiciados pelas estratégias propostas. Dentre estes últimos, destaca-se o aumento virtual do índice de redundância global proporcionado pelas informações *a priori* na estratégia APSI, observado quando da consideração destas informações em redes com planos de medição não-observáveis com respeito às medidas fasoriais.

Na Seção 6.3.2 é comprovado que, mesmo em situações com um número reduzido de PMUs, uma melhora muito expressiva na qualidade das estimativas é obtida com os estimadores propostos em relação à consideração dos dois conjuntos de medidas separadamente. No método de fusão de estimativas, mesmo para os estados não contemplados com medidas fasoriais são registrados erros de estimação menores do que os fornecidos pelos métodos de estimação convencionais, resultado este atribuído à preservação da correlação entre os erros de estimação resultante do processamento de medidas pelo estimador convencional. Esta característica permite também que em situações onde há erros grosseiros em medidas do sistema SCADA não eliminados pelo estimador convencional, o desempenho dos estimadores propostos não seja, necessariamente, comprometido.

Os bons resultados observados para os testes com o sistema de 14 barras foram confirmados também nos sistemas IEEE 57- e 118-barras. Notadamente, o aumento do volume de dados processados em razão da maior dimensão da rede, em especial no sistema de 118 barras, não afeta a qualidade dos resultados obtidos. Estes resultados são encorajadores

no que tange a aplicabilidade dos estimadores propostos a sistemas de grande porte.

Um desafio que merece especial atenção no âmbito do desenvolvimento da estratégia de fusão de estimativas é a obtenção das matrizes de ponderação dos vetores de estados. A principal dificuldade advém do esforço computacional envolvido no cálculo das inversas das matrizes de covariância e da soma destas matrizes. Esta questão é satisfatoriamente contornada neste trabalho através da manipulação das equações de combinação linear das estimativas, de modo a substituir o cálculo explícito de matrizes inversas por soluções de sistemas lineares através de métodos bem consolidados e eficientes.

Uma característica muito enfatizada durante este trabalho com respeito aos métodos propostos é o processamento independente das medidas convencionais e fasoriais. Esta arquitetura descentralizada proporciona grande flexibilidade aos estimadores, já que permite a consideração das peculiaridades de cada grupo de medidas. Destacam-se, por exemplo as diferentes qualidades entres as medidas fasoriais e convencionais e as taxas de varreduras dos sistemas de monitoramento: enquanto o SCADA faz uma varredura completa das unidades terminais remotas e atualiza a fotografia instantânea do sistema uma vez a cada cinco segundos, aproximadamente, no sistema de medição fasorial sincronizada os fasores são calculados em todas as unidades de medição fasorial a uma taxa de até 60 fasores por segundo. Além disso, uma grande diferença no que diz respeito à utilização destas medidas na estimação de estados é a determinação da barra utilizada como referência angular no processo de estimação [58]. Quando não há medidas fasoriais no plano de medição, esta escolha é arbitrária e não modifica a solução encontrada pelo estimador. Por outro lado, com a consideração de medidas fasoriais, a escolha da barra de referência passa a estar ligada à presença ou ausência de unidades de medição fasorial nas barras da rede [58]. Estas e outras diferenças são facilmente manipuladas nas estratégias com processamento distribuídos das medidas convencionais e fasoriais, como é o caso das estratégias propostas por este trabalho.

### 7.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os métodos propostos nessa dissertação constituem-se alternativas válidas e eficientes para incluir as medidas fasoriais na estimação de estados. Embora tenham sido avaliados muitos dos aspectos pertinentes de sua implementação e aplicação em situações encontradas

na prática, certamente há pontos que devem ser ainda investigados em pesquisas futuras. Isto é observado em especial na estratégia baseada na fusão de estimativas, por se tratar de conceitos adaptados de outra área e ainda muito pouco explorados em sistemas de energia elétrica.

Alguns tópicos julgados pertinentes no contexto da estimação de estados e medidas fasoriais, e que merecem atenção em trabalhos futuros, são enumerados a seguir.

- i) Valendo-se da relação linear entre os estados e as medidas fasoriais de tensão e corrente [6, 11], implementar a estratégia APSI utilizando um estimador de estados baseado no modelo linear. Em virtude dos benefícios oferecidos pelo emprego da versão rápida das rotações de Givens, sugere-se que o estimador linear seja concebido baseado neste método, a exemplo do que foi utilizado neste trabalho.
- ii) É mostrado na Subseção 6.3.4 que as diferenças entre as estratégias APSI e de fusão de estimativas devem-se basicamente à aproximação que despreza os elementos fora da diagonal principal da matriz de covariância dos erros de estimação do primeiro estágio. Sugere-se que sejam buscadas alternativas para contornar a necessidade desta aproximação, as quais adicionalmente devem ser compatíveis com estimadores APSI baseados na versão rápida do método ortogonal de Givens.
- iii) Avaliar a aplicação dos métodos de fusão à EESP em contextos não explorados neste trabalho. Um possível exemplo é o problema de estimação de estados em cenários de redes elétricas globalmente não-observáveis, porém compostas de ilhas observáveis com respeito a diferentes classes de medidas.
- iv) No Capítulo 5 foi estabelecida a analogia entre os sensores de uma rede de fusão e os sistemas SCADA e de medição fasorial sincronizada. Sugere-se estender ainda mais a noção de classes de sensores para compreender outros tipos de informações sobre as condições de operação de um sistema elétrico que possam estar disponíveis na prática. Este é o caso, por exemplo, de pseudo-medidas de base confiável oriundas de sistemas de faturamento em redes de distribuição, entre outras que podem ser avaliadas.

## APÊNDICE A – DADOS DO SISTEMA IEEE 14 BARRAS

**Tabela A.1** – Dados de linha do sistema IEEE 14 Barras

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
1	2	1.94	5.92	5.28
1	5	5.40	22.30	4.92
2	3	4.70	19.80	4.38
2	4	5.81	17.63	3.40
2	5	5.70	17.39	3.46
3	4	6.70	17.10	1.28
4	5	1.34	4.21	0.00
4	7	0.00	20.91	0.00
4	9	0.00	55.62	0.00
5	6	0.00	25.20	0.00
6	11	9.50	19.89	0.00
6	12	12.29	25.58	0.00
6	13	6.62	13.03	0.00
7	8	0.00	17.61	0.00
7	9	0.00	11.00	0.00
9	10	3.18	8.45	0.00
9	14	12.71	27.04	0.00
10	11	8.21	19.21	0.00
12	13	22.09	19.99	0.00
13	14	17.09	34.80	0.00

**Tabela A.2** – Dados de barra do sistema IEEE 14 Barras

#	Tipo	$ V $	$\delta$	$P_g$	$Q_g$	$Q_g^{MIN}$	$Q_g^{MAX}$	$P_d$	$Q_d$
1	2	1.06	0.00	232.4	-16.9	0.0	0.0	0.0	0.0
2	1	1.04	-	40.0	42.4	-40.0	50.0	21.7	12.7
3	1	1.01	-	0.0	23.4	0.0	40.0	94.2	19.0
4	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	47.8	-3.9
5	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	7.6	1.6
6	1	1.07	-	0.0	12.2	-6.0	24.0	11.2	7.5
7	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	1	1.09	-	0.0	17.4	-6.0	24.0	0.0	0.0
9	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	29.5	16.6

---

#	Tipo	$ V $	$\delta$	$P_g$	$Q_g$	$Q_g^{MIN}$	$Q_g^{MAX}$	$P_d$	$Q_d$
10	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	9.0	5.8
11	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	3.5	1.8
12	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	6.1	1.6
13	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	13.5	5.8
14	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	14.9	5.0

---



## APÊNDICE B – DADOS DO SISTEMA IEEE 57 BARRAS

**Tabela B.1** – Dados de linha do sistema IEEE 57 Barras

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
1	2	0.83	2.80	12.90
2	3	2.98	8.50	8.18
3	4	1.12	3.66	3.80
4	5	6.25	13.20	2.58
4	6	4.30	14.80	3.48
6	7	2.00	10.20	2.76
6	8	3.39	17.30	4.70
8	9	0.99	5.05	5.48
9	10	3.69	16.79	4.40
9	11	2.58	8.48	2.18
9	12	6.48	29.50	7.72
9	13	4.81	15.80	4.06
13	14	1.32	4.34	1.10
13	15	2.69	8.69	2.30
1	15	1.78	9.10	9.88
1	16	4.54	20.60	5.46
1	17	2.38	10.80	2.86
3	15	1.62	5.30	5.44
4	18		55.50	
4	18		43.00	
5	6	3.02	6.41	1.24
7	8	1.39	7.12	1.94
10	12	2.77	12.62	3.28
11	13	2.23	7.32	1.88
12	13	1.78	5.80	6.04
12	16	1.80	8.13	2.16
12	17	3.97	17.90	4.76
14	15	1.71	5.47	1.48
18	19	46.10	68.50	
19	20	28.30	43.40	
21	20		77.67	
21	22	7.36	11.70	
22	23	0.99	1.52	
23	24	16.60	25.60	0.84
24	25		118.2	
24	26		123.0	

---

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
26	27		4.73	
27	28	16.50	25.40	
28	29	6.18	9.54	
7	29	4.18	5.87	
25	30		6.48	
30	31	13.50	20.20	
31	32	32.60	49.70	
32	33	50.70	75.50	
34	32	3.92	3.60	
34	35		95.30	
35	36	5.20	7.80	0.32
36	37	4.30	5.37	0.16
37	38	2.90	3.66	0.00
37	39	6.51	10.09	0.20
36	40	2.39	3.79	
22	38	3.00	4.66	
11	41	1.92	2.95	
41	42		74.90	
41	43	20.70	35.20	
38	44		41.20	
15	45	2.89	5.85	0.20
14	46		10.42	
46	47		7.35	
47	48	2.30	6.80	0.32
48	49	1.82	2.33	
49	50	8.34	12.90	0.48
50	51	8.01	12.80	
10	51	13.86	22.00	
13	49		7.12	
29	52		19.10	
52	53	14.42	18.70	
53	54	7.62	9.84	
54	55	18.78	23.20	
11	43	17.32	22.65	
44	45		15.30	
40	56	6.24	12.42	0.40
56	41		119.5	
56	42	55.30	54.90	
39	57	21.25	35.40	
57	56		135.5	
38	49	17.40	26.00	
38	48	11.50	17.70	0.60

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
9	55	3.12	4.82	

**Tabela B.2** – Dados de barra do sistema IEEE 57 Barras

#	Tipo	$ V $	$\delta$	$P_g$	$Q_g$	$Q_g^{MIN}$	$Q_g^{MAX}$	$P_d$	$Q_d$
1	2	1.05	0	300.9	-16.1	-350.0	350.0	55.0	17.0
2	1	1.05	-	0.0	-0.8	-17.0	50.0	3.0	30.0
3	1	1.05	-	40.0	-1.0	-10.0	60.0	41.0	21.0
4	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
5	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	13.0	4.0
6	1	1.05	-	0.0	0.8	-8.0	25.0	75.0	2.0
7	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
8	1	1.05	-	450.0	62.1	-140.0	200.0	150.0	22.0
9	1	1.05	-	0.0	2.2	-3.0	9.0	121.0	26.0
10	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	5.0	2.0
11	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
12	1	1.05	-	310.0	128.5	-150.0	155.0	377.0	24.0
13	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	2.3
14	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	10.5	5.3
15	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	22.0	5.0
16	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	43.0	3.0
17	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	42.0	8.0
18	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	27.2	9.8
19	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	3.3	0.6
20	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	2.3	1.0
21	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
22	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
23	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	6.3	2.1
24	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
25	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	6.3	3.2
26	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
27	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	9.3	0.5
28	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	4.6	2.3
29	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	17.0	2.6
30	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	3.6	1.8
31	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	5.8	2.9
32	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	1.6	0.8
33	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	3.8	-15.9
34	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		

#	Tipo	$ V $	$\delta$	$P_g$	$Q_g$	$Q_g^{MIN}$	$Q_g^{MAX}$	$P_d$	$Q_d$
35	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	6.0	3.0
36	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
37	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
38	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	14.0	7.0
39	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
40	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
41	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	6.3	3.0
42	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	7.1	4.0
43	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0	1.0
44	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	12.0	1.8
45	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
46	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
47	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	29.7	7.6
48	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0		
49	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	8.5
50	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	21.0	5.5
51	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	5.3
52	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	4.9	2.2
53	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	7.0
54	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	4.1	1.4
55	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	6.8	3.4
56	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	7.6	2.2
57	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	6.7	1.0

**Tabela B.3** – Medidas SCADA. Sistema IEEE 57 Barras.

---

Barras monitoradas por medidas de módulo de tensão

4, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 33,  
34, 35, 37, 38, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 49, 52, 53, 54, 56, 57

---



---

Barras monitoradas por medidas de injeção de potência ativa e reativa

2, 3, 5, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 17, 18, 19, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 32,  
33, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 50, 51, 52, 54, 55, 56

---

---

Ramos monitorados por medidas de fluxo de potência ativa e reativa

2(1), 3(1), 5(2), 6(1), 7(2), 8(1), 11(1), 12(1), 14(1), 15(1), 17(1), 18(1), 20(2), 21(1), 23(1), 24(2), 25(1), 27(1), 28(2), 31(2), 32(1), 33(2), 35(1), 37(2), 39(1), 41(2), 43(2), 45(2), 46(1), 47(2), 49(1), 50(2), 53(1), 54(2), 55(1), 57(2), 59(2), 60(1), 61(1), 63(1), 64(1), 65(1), 66(2), 67(2), 68(1), 70(1), 71(1), 72(1), 74(1), 76(1), 77(2), 78(1), 79(1), 80(2)

---



---

Ramos monitorados por medidas de módulo de corrente

3(1), 5(2), 7(2), 8(1), 10(1), 12(1), 14(1), 17(1), 18(1), 20(2), 23(1), 25(1), 27(1), 28(1), 30(1), 31(1), 33(2), 34(1), 36(2), 38(2), 41(1), 43(2), 45(1), 47(1), 51(2), 53(1), 54(1), 57(1), 59(1), 61(1), 63(1), 64(1), 65(1), 68(1), 70(1), 72(1), 74(1), 76(1), 78(1), 80(2)

---



---

**Tabela B.4** – Medidas SMFS. Sistema IEEE 57 Barras.

---

Barras monitoradas por medidas fasoriais de tensão

2, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 20, 23, 25, 27, 28, 32, 33, 35, 37, 39, 40, 43, 45, 46, 49, 51, 52, 54, 55

---



---



---

Ramos monitorados por medidas fasoriais de corrente

1(1), 2(2), 4(1), 9(1), 12(2), 14(2), 19(2), 20(2), 26(2), 29(2), 35(2), 37(2), 42(1), 48(2), 52(2), 56(2), 63(1), 64(2), 68(2), 74(1), 80(2)

---



---



## APÊNDICE C - DADOS DO SISTEMA IEEE 118 BARRAS

**Tabela C.1** – Dados de linha do sistema IEEE 118 Barras

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
69	2	3.03	9.99	2.540
69	3	1.29	4.24	1.082
4	5	0.18	0.80	0.210
3	5	2.41	10.80	2.840
5	6	1.19	5.40	1.426
6	7	0.46	2.08	0.550
8	9	0.24	3.05	116.20
8	5	0.00	2.67	0.000
9	10	0.26	3.22	123.00
4	11	2.09	6.88	1.748
5	11	2.03	6.82	1.738
11	12	0.60	1.96	0.502
2	12	1.87	6.16	1.572
3	12	4.84	16.00	4.060
7	12	0.86	3.40	0.874
11	13	2.23	7.31	1.876
12	14	2.15	7.07	1.816
13	15	7.44	24.44	6.268
14	15	5.95	19.50	5.020
12	16	2.12	8.34	2.140
15	17	1.32	4.37	4.440
16	17	4.54	18.01	4.660
17	18	1.23	5.05	1.298
18	19	1.12	4.93	1.142
19	20	2.52	11.70	2.980
15	19	1.20	3.94	1.010
20	21	1.83	8.49	2.160
21	22	2.09	9.70	2.460
22	23	3.42	15.90	4.040
23	24	1.35	4.92	4.980
23	25	1.56	8.00	8.640
26	25	0.00	3.82	0.000
25	27	3.18	16.30	17.640
27	28	1.91	8.55	2.160
28	29	2.37	9.43	2.380
30	17	0.00	3.88	0.000

---

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
8	30	0.43	5.04	51.400
26	30	0.80	8.60	90.800
17	31	4.74	15.63	3.990
29	31	1.08	3.31	0.830
23	32	3.17	11.53	11.730
31	32	2.98	9.85	2.510
27	32	2.29	7.55	1.926
15	33	3.80	12.44	3.194
19	34	7.52	24.70	6.320
35	36	0.22	1.02	0.268
35	37	1.10	4.97	1.318
33	37	4.15	14.20	3.660
34	36	0.87	2.68	0.568
34	37	0.26	0.94	0.984
38	37	0.00	3.75	0.000
37	39	3.21	10.60	2.700
37	40	5.93	16.80	4.200
30	38	0.46	5.40	42.200
39	40	1.84	6.05	1.552
40	41	1.45	4.87	1.222
40	42	5.55	18.30	4.660
41	42	4.10	13.50	3.440
43	44	6.08	24.54	6.068
34	43	4.13	16.81	4.226
44	45	2.24	9.01	2.240
45	46	4.00	13.56	3.320
46	47	3.80	12.70	3.160
46	48	6.01	18.90	4.720
47	49	1.91	6.25	1.604
42	49	3.58	16.15	17.200
45	49	6.84	18.60	4.440
48	49	1.79	5.05	1.258
49	50	2.67	7.52	1.874
49	51	4.86	13.70	3.420
51	52	2.03	5.88	1.396
52	53	4.05	16.35	4.058
53	54	2.63	12.20	3.100
49	54	3.99	14.51	14.680
54	55	1.69	7.07	2.020
54	56	0.27	0.95	0.732
55	56	0.49	1.51	0.374
56	57	3.43	9.66	2.420



---

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
50	57	4.74	13.40	3.320
56	58	3.43	9.66	2.420
51	58	2.55	7.19	1.788
54	59	5.03	22.93	5.980
56	59	4.07	12.24	11.050
55	59	4.74	21.58	5.646
59	60	3.17	14.50	3.760
59	61	3.28	15.00	3.880
60	61	0.26	1.35	1.456
60	62	1.23	5.61	1.468
61	62	0.82	3.76	0.980
63	59	0.00	3.86	0.000
63	64	0.17	2.00	21.600
64	61	0.00	2.68	0.000
38	65	0.90	9.86	104.600
64	65	0.27	3.02	38.000
49	66	0.90	4.59	4.960
62	66	4.82	21.80	5.780
62	67	2.58	11.70	3.100
65	66	0.00	3.70	0.000
66	67	2.24	10.15	2.682
65	68	0.14	1.60	63.800
47	1	8.44	27.78	7.092
49	1	9.85	32.40	8.280
68	1	0.00	3.70	0.000
1	70	3.00	12.70	12.200
24	70	0.22	41.15	10.198
70	71	0.88	3.55	0.878
24	72	4.88	19.60	4.880
71	72	4.46	18.00	4.444
71	73	0.87	4.54	1.178
70	74	4.01	13.23	3.368
70	75	4.28	14.10	3.600
1	75	4.05	12.20	12.400
74	75	1.23	4.06	1.034
76	77	4.44	14.80	3.680
1	77	3.09	10.10	10.380
75	77	6.01	19.99	4.978
77	78	0.38	1.24	1.264
78	79	0.55	2.44	0.648
77	80	1.09	3.32	7.000
79	80	1.56	7.04	1.870

---

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
68	81	0.18	2.02	80.800
81	80	0.00	3.70	0.000
77	82	2.98	8.53	8.174
82	83	1.12	3.67	3.796
83	84	6.25	13.20	2.580
83	85	4.30	14.80	3.480
84	85	3.02	6.41	1.234
85	86	3.50	12.30	2.760
86	87	2.83	20.74	4.450
85	88	2.00	10.20	2.760
85	89	2.39	17.30	4.700
88	89	1.39	7.12	1.934
89	90	1.64	6.52	15.880
90	91	2.54	8.36	2.140
89	92	0.80	3.83	9.620
91	92	3.87	12.72	3.268
92	93	2.58	8.48	2.180
92	94	4.81	15.80	4.060
93	94	2.23	7.32	1.876
94	95	1.32	4.34	1.110
80	96	3.56	18.20	4.940
82	96	1.62	5.30	5.440
94	96	2.69	8.69	2.300
80	97	1.83	9.34	2.540
80	98	2.38	10.80	2.860
80	99	4.54	20.60	5.460
92	100	6.48	29.50	4.720
94	100	1.78	5.80	6.040
95	96	1.71	5.47	1.474
96	97	1.73	8.85	2.400
98	100	3.97	17.90	4.760
99	100	1.80	8.13	2.160
100	101	2.77	12.62	3.280
92	102	1.23	5.59	1.464
101	102	2.46	11.20	2.940
100	103	1.60	5.25	5.360
100	104	4.51	20.40	5.410
103	104	4.66	15.84	4.070
103	105	5.35	16.25	4.080
100	106	6.05	22.90	6.200
104	105	0.99	3.78	0.986
105	106	1.40	5.47	1.434

Barra De	Barra Para	R %	X %	B %
105	107	5.30	18.30	4.720
105	108	2.61	7.03	1.844
106	107	5.30	18.30	4.720
108	109	1.05	2.88	0.760
103	110	3.91	18.13	4.610
109	110	2.78	7.62	2.020
110	111	2.20	7.55	2.000
110	112	2.47	6.40	6.200
17	113	0.91	3.01	0.768
32	113	6.15	20.30	5.180
32	114	1.35	6.12	1.628
27	115	1.64	7.41	1.972
114	115	0.23	1.04	0.276
68	116	0.03	0.40	16.400
12	117	3.29	14.00	3.580
75	118	1.45	4.81	1.198
76	118	1.64	5.44	1.356

**Tabela C.2** – Dados de barra do sistema IEEE 118 Barras

#	Tipo	$ V $	$\delta$	$P_g$	$Q_g$	$Q_g^{MIN}$	$Q_g^{MAX}$	$P_d$	$Q_d$
1	2	1.035	0.00	516.4	0.0	-300.0	300.0	0.0	0.0
2	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	9.0
3	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	39.0	10.0
4	1	0.998	-	-9.0	0.0	-300.0	300.0	30.0	12.0
5	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	1	0.990	-	0.0	0.0	-13.0	50.0	52.0	22.0
7	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	19.0	2.0
8	1	1.015	-	-28.0	0.0	-300.0	300.0	0.0	0.0
9	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	1	1.050	-	450.0	0.0	-147.0	200.0	0.0	0.0
11	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	70.0	23.0
12	1	0.990	-	85.0	0.0	-35.0	120.0	47.0	10.0
13	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	34.0	16.0
14	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	14.0	1.0
15	1	0.970	-	0.0	0.0	-10.0	30.0	90.0	30.0
16	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	25.0	10.0
17	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	11.0	3.0
18	1	0.973	-	0.0	0.0	-16.0	50.0	60.0	34.0

#	Tipo	$ V $	$\delta$	$P_g$	$Q_g$	$Q_g^{MIN}$	$Q_g^{MAX}$	$P_d$	$Q_d$
19	1	0.963	-	0.0	0.0	-8.0	24.0	45.0	25.0
20	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	3.0
21	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	14.0	8.0
22	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	10.0	5.0
23	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	7.0	3.0
24	1	0.992	-	-13.0	0.0	-300.0	300.0	0.0	0.0
25	1	1.050	-	220.0	0.0	-47.0	140.0	0.0	0.0
26	1	1.015	-	314.0	0.0	-1000	1000	0.0	0.0
27	1	0.968	-	-9.0	0.0	-300.0	300.0	62.0	13.0
28	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	17.0	7.0
29	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	24.0	4.0
30	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	1	0.967	-	7.0	0.0	-300.0	300.0	43.0	27.0
32	1	0.964	-	0.0	0.0	-14.0	42.0	59.0	23.0
33	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	23.0	9.0
34	1	0.986	-	0.0	0.0	-8.0	24.0	59.0	26.0
35	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	33.0	9.0
36	1	0.980	-	0.0	0.0	-8.0	24.0	31.0	17.0
37	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	27.0	11.0
40	1	0.970	-	-46.0	0.0	-300.0	300.0	20.0	23.0
41	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	37.0	10.0
42	1	0.985	-	-59.0	0.0	-300.0	300.0	37.0	23.0
43	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	7.0
44	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	16.0	8.0
45	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	53.0	22.0
46	1	1.005	-	19.0	0.0	-100.0	100.0	28.0	10.0
47	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	34.0	0.0
48	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	11.0
49	1	1.025	-	204.0	0.0	-85.0	210.0	87.0	30.0
50	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	17.0	4.0
51	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	17.0	8.0
52	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	18.0	5.0
53	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	23.0	11.0
54	1	0.955	-	48.0	0.0	-300.0	300.0	113.0	32.0
55	1	0.952	-	0.0	0.0	-8.0	23.0	63.0	22.0
56	1	0.954	-	0.0	0.0	-8.0	15.0	84.0	18.0
57	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	12.0	3.0
58	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	12.0	3.0
59	1	0.985	-	155.0	0.0	-60.0	180.0	277.0	113.0
60	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	78.0	3.0
61	1	0.995	-	160.0	0.0	-100.0	300.0	0.0	0.0

#	Tipo	$ V $	$\delta$	$P_g$	$Q_g$	$Q_g^{MIN}$	$Q_g^{MAX}$	$P_d$	$Q_d$
62	1	0.998	-	0.0	0.0	-20.0	20.0	77.0	14.0
63	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
64	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
65	1	1.005	-	391.0	0.0	-67.0	200.0	0.0	0.0
66	1	1.050	-	392.0	0.0	-67.0	200.0	39.0	18.0
67	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	28.0	7.0
68	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	1	0.955	-	0.0	0.0	-5.0	15.0	51.0	27.0
70	1	0.984	-	0.0	0.0	-10.0	32.0	66.0	20.0
71	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
72	1	0.980	-	-12.0	0.0	-100.0	100.0	0.0	0.0
73	1	0.991	-	-6.0	0.0	-100.0	100.0	0.0	0.0
74	1	0.958	-	0.0	0.0	-6.0	9.0	68.0	27.0
75	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	47.0	11.0
76	1	0.943	-	0.0	0.0	-8.0	23.0	68.0	36.0
77	1	1.006	-	0.0	0.0	-20.0	70.0	61.0	28.0
78	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	71.0	26.0
79	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	39.0	32.0
80	1	1.040	-	477.0	0.0	-165.0	280.0	130.0	26.0
81	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	54.0	27.0
83	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	10.0
84	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	11.0	7.0
85	1	0.985	-	0.0	0.0	-8.0	23.0	24.0	15.0
86	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	21.0	10.0
87	1	1.015	-	4.0	0.0	-100.0	1000	0.0	0.0
88	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	48.0	10.0
89	1	1.005	-	607.0	0.0	-210.0	300.0	0.0	0.0
90	1	0.985	-	-85.0	0.0	-300.0	300.0	78.0	42.0
91	1	0.980	-	-10.0	0.0	-100.0	100.0	0.0	0.0
92	1	0.993	-	0.0	0.0	-3.0	9.0	65.0	10.0
93	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	12.0	7.0
94	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	30.0	16.0
95	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	42.0	31.0
96	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	38.0	15.0
97	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	15.0	9.0
98	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	34.0	8.0
99	1	1.010	-	-42.0	0.0	-100.0	100.0	0.0	0.0
100	1	1.017	-	252.0	0.0	-50.0	155.0	37.0	18.0
101	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	22.0	15.0
102	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	5.0	3.0
103	1	1.001	-	40.0	0.0	-15.0	40.0	23.0	16.0
104	1	0.971	-	0.0	0.0	-8.0	23.0	38.0	25.0

#	Tipo	$ V $	$\delta$	$P_g$	$Q_g$	$Q_g^{MIN}$	$Q_g^{MAX}$	$P_d$	$Q_d$
105	1	0.965	-	0.0	0.0	-8.0	23.0	31.0	26.0
106	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	43.0	16.0
107	1	0.952	-	-22.0	0.0	-200.0	200.0	28.0	12.0
108	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0	1.0
109	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	8.0	3.0
110	1	0.973	-	0.0	0.0	-8.0	23.0	39.0	30.0
111	1	0.980	-	36.0	0.0	-100.0	1000	0.0	0.0
112	1	0.975	-	-43.0	0.0	-100.0	1000	25.0	13.0
113	1	0.993	-	-6.0	0.0	-100.0	200.0	0.0	0.0
114	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	8.0	3.0
115	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	22.0	7.0
116	1	1.005	-	-184.0	0.0	-1000	1000	0.0	0.0
117	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	8.0
118	0	-	-	0.0	0.0	0.0	0.0	33.0	15.0

**Tabela C.3** – Medidas SCADA. Sistema IEEE 118 Barras.

Barras monitoradas por medidas de módulo de tensão

2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 15, 19, 21, 22, 25, 26, 27, 30, 32, 33, 34, 36, 37, 39, 40, 41, 44, 45, 48, 49, 50, 53, 56, 57, 58, 63, 64, 65, 68, 69, 71, 72, 73, 75, 78, 79, 83, 84, 85, 87, 89, 90, 92, 93, 94, 96, 99, 103, 104, 105, 108, 109, 111, 112, 113, 116, 118

Barras monitoradas por medidas de injeção de potência ativa e reativa

1, 4, 5, 8, 9, 10, 13, 16, 17, 18, 20, 23, 24, 25, 28, 29, 31, 32, 33, 35, 38, 39, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 56, 59, 60, 61, 62, 63, 65, 66, 69, 71, 73, 76, 77, 78, 79, 80, 82, 83, 84, 86, 87, 88, 89, 91, 92, 93, 95, 98, 99, 101, 102, 105, 106, 107, 110, 112, 113, 114, 116, 117

Ramos monitorados por medidas de fluxo de potência ativa e reativa

---

2(1), 3(1), 5(1), 6(1), 7(1), 9(1), 10(1), 11(2), 12(1), 13(2), 14(2), 17(1), 18(1), 20(2), 22(1), 23(1), 25(1), 26(2), 28(2), 30(1), 31(1), 33(2), 35(1), 36(2), 37(2), 38(1), 39(1), 42(2), 43(2), 44(2), 46(1), 47(1), 48(2), 50(2), 52(2), 53(1), 54(2), 56(2), 58(1), 59(2), 62(2), 64(1), 65(2), 67(2), 68(2), 69(2), 70(2), 73(2), 75(1), 77(2), 78(2), 79(2), 80(1), 82(2), 85(2), 87(1), 88(1), 89(2), 91(2), 92(2), 93(1), 95(1), 97(1), 98(1), 102(1), 103(1), 104(1), 106(1), 108(1), 109(2), 111(1), 112(1), 114(1), 117(1), 119(1), 120(1), 121(2), 122(2), 124(2), 126(1), 127(2), 128(2), 129(1), 130(2), 132(2), 133(2), 134(2), 135(2), 136(2), 139(2), 142(2), 143(2), 144(2), 146(1), 147(1), 148(2), 150(2), 151(2), 152(1), 154(1), 155(1), 157(2), 159(1), 160(2), 161(2), 162(2), 164(2), 165(1), 167(2), 169(1), 170(2), 171(1), 173(2), 175(2), 176(2), 179(2)

---



---

Ramos monitorados por medidas de módulo de corrente

---

2(2), 7(1), 11(2), 15(1), 22(1), 27(1), 28(1), 29(1), 33(1), 43(1), 44(1), 46(1), 51(1), 57(2), 62(2), 65(1), 71(2), 72(2), 76(1), 82(2), 84(2), 86(2), 90(1), 93(2), 100(1), 108(2), 111(2), 115(1), 120(1), 122(1), 124(1), 126(2), 128(2), 130(2), 133(1), 134(1), 142(1), 148(2), 149(2), 162(1), 166(2), 167(2), 169(2), 172(2), 174(1)

---

**Tabela C.4** – Medidas SMFS. Sistema IEEE 118 Barras.

---

Barras monitoradas por medidas fasoriais de tensão

---

1, 2, 3, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 24, 25, 26, 27, 28, 31, 33, 34, 35, 38, 39, 40, 43, 46, 49, 51, 53, 54, 61, 63, 65, 67, 68, 71, 72, 74, 76, 77, 79, 80, 81, 82, 83, 87, 88, 89, 91, 95, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 110, 111, 112, 113, 115, 118

---



---

Ramos monitorados por medidas fasoriais de corrente

---

2(1), 4(1), 6(2), 8(2), 10(2), 13(1), 14(1), 17(1), 22(1), 25(2), 28(2), 29(2), 33(2), 34(1), 39(2), 42(2), 44(2), 46(2), 49(1), 50(1), 53(2), 57(2), 60(1), 63(1), 65(2), 68(2), 71(2), 75(1), 80(1), 83(1), 84(1), 86(1), 89(1), 91(1), 94(1), 97(2), 102(2), 105(1), 111(2), 112(2), 116(1), 122(2), 127(1), 129(1), 131(2), 133(1), 135(1), 139(1), 142(1), 144(1), 145(2), 147(1), 148(1), 149(1), 153(1), 157(1), 159(2), 162(1), 166(2), 167(2), 169(2), 170(1), 172(1), 174(1), 178(2)

---





## REFERÊNCIAS

- [1] A. Abur e A. G. Expósito, *Power system state estimation: theory and implementation*. Marcel Dekker, 2004.
- [2] A. Monticelli, “*State Estimation in Electric Power Systems: A Generalized Approach*”. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [3] F. C. Schweppe e J. Wildes, “Power System Static-State Estimation, Part I: Exact Model,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 3, no. 4, pg. 120–135, Jan. 1970.
- [4] P. Bonanomi, “Phase angle measurements with synchronized clocks-principle and applications,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, no. 12, pg. 5036–5043, dec. 1981.
- [5] A. Phadke, “Synchronized phasor measurements-a historical overview,” in *Transmission and Distribution Conference and Exhibition 2002: Asia Pacific. IEEE/PES*, vol. 1. IEEE, 2002, pg. 476–479.
- [6] A. G. Phadke, J. S. Thorp, R. F. Nuqui, e M. Zhou, “Recent Developments in State Estimation with Phasor Measurements,” *IEEE / PES Power Systems Conference and Exposition, 2009.*, Mar 2009.
- [7] A. Phadke e J. Thorp, *Synchronized phasor measurements and their applications*. Springer verlag, 2008.
- [8] J. S. Thorp, A. G. Phadke, e K. J. Karimi, “Real Time Voltage-Phasor Measurements for Static State Estimation,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-104, no. 11, pg. 3098–3106, 1985.
- [9] A. G. Phadke, “Synchronized Phasor Measurements in Power Systems,” *IEEE Computer Applications in Power*, 1993.
- [10] D. Junce e C. Zexiang, “Mixed Measurements State Estimation Based on Wide-Area Measurement System and Analysis,” *2005 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific*, pg. 1–5, 2005.

- [11] R. Zivanovic e C. Cairns, "Implementation of pmu technology in state estimation: an overview," in *IEEE AFRICON 4th*, vol. 2, sep 1996, pg. 1006–1011.
- [12] J. De La Ree, V. Centeno, J. Thorp, e A. Phadke, "Synchronized phasor measurement applications in power systems," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 1, no. 1, pg. 20–27, june 2010.
- [13] T. Baldwin, L. Mili, M. Boisen Jr, e R. Adapa, "Power system observability with minimal phasor measurement placement," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 2, pg. 707–715, 1993.
- [14] T. S. Bi, X. H. Qin, e Q. X. Yang, "A novel hybrid state estimator for including synchronized phasor measurements," *Electric Power Systems Research*, vol. 78, pg. 1343–1352, 2008.
- [15] Simões Costa, A. e Leites, Renan da Costa, "Um Estimador de Estados Ortogonal com Capacidade para Processar Medidas Fasoriais de Tensão e Corrente," *III Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, Belém, Pará*, May 2010.
- [16] C. Bruno, C. Candia, L. Franchi, G. Giannuzzi, M. Pozzi, R. Zattotini, e M. Zaramella, "Possibility of enhancing classical weighted least squares State Estimation with linear PMU measurements," *IEEE Bucharest Power Tech Conference*, pg. 2–7, June 28th - July 2nd 2009.
- [17] Y. Cheng, X. Hu, e B. Gou, "A New State Estimation Using Synchronized Phasor Measurements," *International Symposium on Circuits and Systems*, pg. 2817–2820, 18-21 May 2008.
- [18] H. Zhao, "A New State Estimation Model of Utilizing PMU Measurements," *International Conference on Power System Technology*, vol. 1, no. 2, pg. 1–5, 2006.
- [19] M. Zhou, V. A. Centeno, J. S. Thorp, e A. G. Phadke, "An Alternative for Including Phasor Measurements in State Estimators," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 4, pg. 1930–1937, November 2006.
- [20] Simões Costa, A., Albuquerque, A., e Bez, D., "Fusão de estimativas baseadas em sistemas scada e de medição fasorial para modelagem em tempo real de sistemas de potência," *IEEE / PES Transmission and Distribution Latin America*, Sao Paulo, 2010.

- [21] Simões Costa, A. e Albuquerque, A., “A two-stage orthogonal estimator to incorporate phasor measurements into power system real-time modeling,” *17th Power Systems Computation Conference*, Stockholm, 2011.
- [22] Simões Costa, A. e Albuquerque, A., “Inclusão de medições fasoriais na estimação de estados com preservação da estrutura dos estimadores convencionais,” *XXI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, SNPTEE*, Florianópolis, 2011.
- [23] P. Adby e M. Dempster, *Introduction to optimization methods*. Chapman and Hall, 1974.
- [24] W. Gentleman, “Least squares computations by Givens transformations without square roots,” *IMA Journal of Applied Mathematics*, vol. 12, no. 3, p. 329, 1973.
- [25] G. Golub e C. Van Loan, *Matrix computations*. Johns Hopkins University Press, 1996.
- [26] P. Swerling, “Modern state estimation methods from the viewpoint of the method of least squares,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 16, no. 6, pg. 707–719, December, 1971.
- [27] A. S. Costa, E. M. Lourenço, e F. Vieira, “Topology Error Identification for Orthogonal Estimators Considering A Priori State Information,” *15th Power Systems Computation Conference*, vol. 1, pg. 1–6, Liege, 2005.
- [28] SIMÕES COSTA, A., SALGADO, Roberto de Sousa, HAAS, P., *Optimization Advances in Electric Power Systems*. New York: Nova Publishers, 2008, ch. Trust Region Optimization Methods via Givens Rotations Applied to Power System State Estimation.
- [29] A. Simoes Costa e V. Quintana, “An orthogonal row processing algorithm for power system sequential state estimation,” *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-100, no. 8, pg. 3791–3800, aug. 1981.
- [30] H. Anton e C. Rorres, *Elementary linear algebra: applications version*, 9th ed. Wiley, 2010.
- [31] A. Simoes-Costa e V. Quintana, “A robust numerical technique for power system state estimation,” *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, no. 2, pg. 691–698, 1981.

- [32] G. Missout e P. Girard, “Measurement of bus voltage angle between montreal and sept-iles,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, no. 2, pg. 536 –539, march 1980.
- [33] G. Missout, J. Beland, G. Bedard, e Y. Lafleur, “Dynamic measurement of the absolute voltage angle on long transmission lines,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, no. 11, pg. 4428 –4434, nov. 1981.
- [34] *IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems*, Power System Relaying Committee Std., Rev. (r2001), 1995.
- [35] *IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems*, Power System Relaying Committee Std., 2006.
- [36] B. Lathi, *Linear systems and signals*. Oxford University Press, 2009.
- [37] *The global positioning system*. Disponível no endereço eletrônico: <http://www.gps.gov/systems/gps/>
- [38] S. Chakrabarti, E. Kyriakides, G. Ledwich, e A. Ghosh, “A comparative study of the methods of inclusion of pmu current phasor measurements in a hybrid state estimator,” in *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, Jul 2010, pg. 1 –7.
- [39] L. Vanfretti, J. Chow, S. Sarawgi, e B. Fardanesh, “A phasor-data-based state estimator incorporating phase bias correction,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, no. 1, pg. 111 –119, feb. 2011.
- [40] T. Yang, H. Sun, e A. Bose, “Two-level pmu-based linear state estimator,” in *IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*, 2009, pg. 1–6.
- [41] R. F. Nuqui e A. G. Phadke, “Hybrid Linear State Estimation Utilizing Synchronized Phasor Measurements,” *PowerTech 2007*, no. 2, pg. 1–5, July 1-5 2007.
- [42] R. Leites, “Processamento de medidas fasoriais de tensão e corrente na estimação de estados em sistemas de potência,” Master’s thesis, UFSC, 2010.
- [43] F. Broussolle, “State estimation in power systems: detecting bad data through the sparse inverse matrix method,” *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, no. 3, pg. 678–682, 1978.

- [44] Salame da Silva, N., Simões Costa, A., e Lourenço, E. M., “A numerical method for observability analysis based on givens rotations,” *43rd North American Power Symposium*, Boston, 2011.
- [45] M. Liggins, D. Hall, e J. Llinas, *Handbook of multisensor data fusion: theory and practice*. CRC, 2008.
- [46] H. Mitchell, *Multi-Sensor Data Fusion: An Introduction*. Springer, 2007.
- [47] R. C. Luo e M. G. Kay, “Multisensor Integration and Fusion in Intelligent Systems,” *Ieee Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 19. NO. 5, Sept./Oct. 1989, vol. 19, no. 5, 1989.
- [48] D. L. Hall e J. Llinas, “An Introduction to Multisensor Data Fusion,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 1, pg. 6–23, Jan 1997.
- [49] D. Hall e S. McMullen, *Mathematical techniques in multisensor data fusion*. Artech House Publishers, 2004.
- [50] D. Bellot, A. Boyer, e F. Charpillet, “A new definition of qualified gain in a data fusion process: application to telemedicine,” in *Proceedings of the Fifth International Conference on Information Fusion*, vol. 2, 2002, pg. 865 – 872 vol.2.
- [51] K. Nandakumar, “Integration of multiple cues in biometric systems,” Master’s thesis, Michigan State University, 2005.
- [52] K. R. Fowler e J. L. Schmalzel, “Sensors: The first stage in the measurement chain,” *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, pg. 60–66, September 2004.
- [53] X. Li, Y. Zhu, J. Wang, e C. Han, “Optimal linear estimation fusion. I. Unified fusion rules,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 9, pg. 2192–2208, 2003.
- [54] Y. Bar-Shalom e L. Campo, “The Effect of the Common Process Noise on the Two-Sensor Fused-Track Covariance,” *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. AES-22, no. 6, pg. 803 –805, nov. 1986.
- [55] Y. Zhu e X. Li, “Best linear unbiased estimation fusion,” in *Proceeding of 1999 International Conference on Information Fusion*, Seattle, USA, July 1999, pg. 1054–1061.

- [56] J. Zhou, Y. Zhu, Z. You, e E. Song, “An efficient algorithm for optimal linear estimation fusion in distributed multisensor systems,” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, vol. 36, no. 5, pg. 1000 –1009, Sep. 2006.
- [57] KEMA, “Metrics for Determining the Impact of Phasor Measurements on Power System State Estimation,” *Eastern Interconnection Phasor Project*, March 2006.
- [58] J. Zhu e A. Abur, “Effect of phasor measurements on the choice of reference bus for state estimation,” in *Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE*, 2007, pg. 1 –5.